

**Решение задач аэродинамики  
зданий и сооружений  
вихревым методом**

**А.В.СЕТУХА**

## *Основные положения доклада*

- *Необходимость моделирования аэродинамики зданий и сооружений*
- *Вихревые методы аэродинамики*
- *Примеры методических расчетов*
- *Примеры расчетов по анализу ветровой ситуации*

# **Необходимость моделирования аэродинамики зданий и сооружений**

- **Ветровые нагрузки на здания и сооружения**
- **Ветровые нагрузки на близлежащие строения и объекты (в частности на рекламные конструкции)**
- **Влияние на экологическую ситуацию и комфортность жизнедеятельности**
- **Теплопотери из-за интенсивного обдува частей зданий**
- **Определение условий снегопереноса**

# Виды неблагоприятных ситуаций

- **Застойные зоны** (плохая проветриваемость территории, скопление пыли и вредных примесей)
- **Зоны ускоренного движения ветрового потока у земли** (дискомфорт, увеличение ветровых нагрузок на торговые палатки, рекламные щиты и т.д.)
- **Зоны ускоренного движения ветрового потока над крышами зданий** (увеличение ветровых нагрузок на крыши, рекламные щиты, антенны и т.д.)
- **Зоны ускоренного движения ветрового потока вдоль стен зданий** (увеличение ветровых нагрузок на стены зданий, окна, увеличение теплопотерь)
- **Образование вихревых потоков** (дискомфорт, подъем пыли и вредных примесей на верхние этажи зданий)
- **Неблагоприятные условия снегопереноса** (занос снегом низких строений, дорог)

# Методы исследования

- **НАТУРНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ**
- **МОДЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ**
  - в аэродинамических трубах
  - в гидротомке
  - методы физических аналогий
- **РАСЧЕТНЫЕ**
  - эмпирические инженерные методы
  - численное моделирование на ЭВМ:
    - Уравнения Рейнольдса
    - Вихревые модели идеальной жидкости

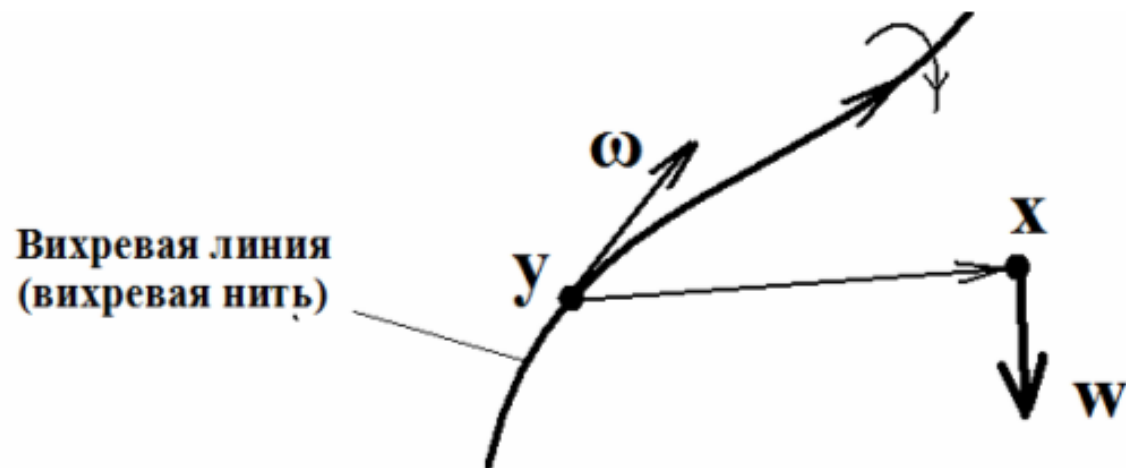
# ВИХРЕВЫЕ МЕТОДЫ АЭРОДИНАМИКИ

Завихренность  $\omega = rot \mathbf{w}$

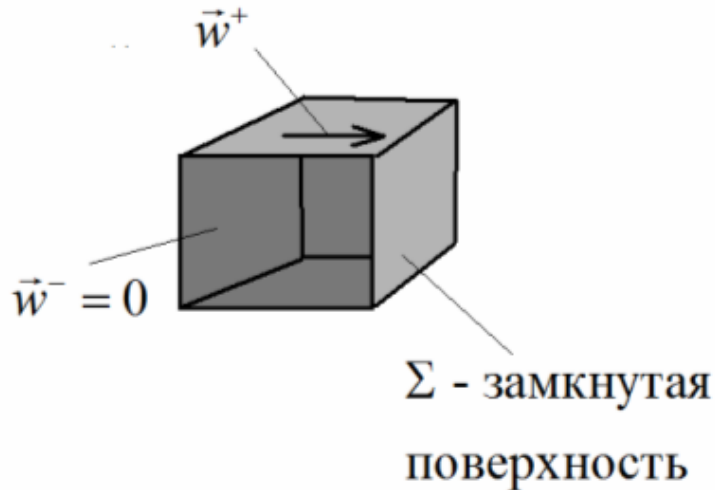
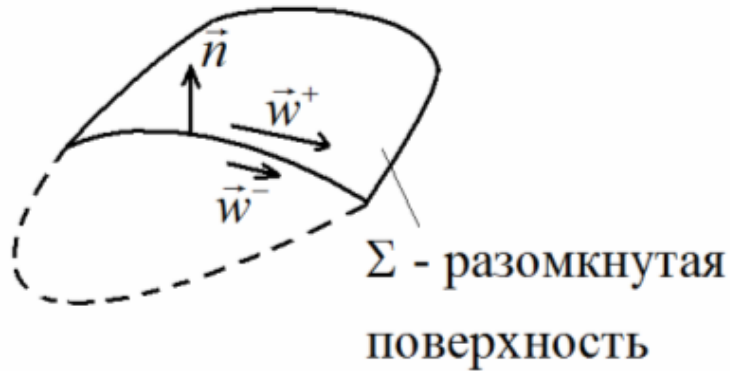
Закон Био-Савара

$$\begin{cases} rot \mathbf{w} = \omega \\ div \mathbf{w} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \mathbf{w}(\mathbf{x}) = \int \omega(\mathbf{y}) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{y} ,$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = -\nabla F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{x} - \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3}, \quad F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}$$



## Поверхность тангенциального разрыва



$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{w} = 0 \\ \text{div } \mathbf{w} = 0 \end{cases} \quad \text{- вне поверхности}$$

$$\Delta \mathbf{w} = \mathbf{w}^+ - \mathbf{w}^- \quad \text{- скачок скоростей}$$

$$\begin{cases} \mathbf{n} \times \Delta \mathbf{w} = \gamma \\ (\mathbf{n}, \Delta \mathbf{w}) = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}) = \int_{\Sigma} \gamma(\mathbf{y}) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\sigma_y$$

## **Два направления развития вихревых методов:**

### **1. Моделирование переноса завихренности внутри жидкости**

Основано на уравнениях Гельмгольца переноса завихренности

### **2. Моделирование граничных условий**

Основано на идее о несущей вихревой линии (Н.Е.Жуковский, С.А.Чаплыгин, Л.Прандтль)



## 1. Моделирование переноса завихренности

### Метод дискретных вихрей

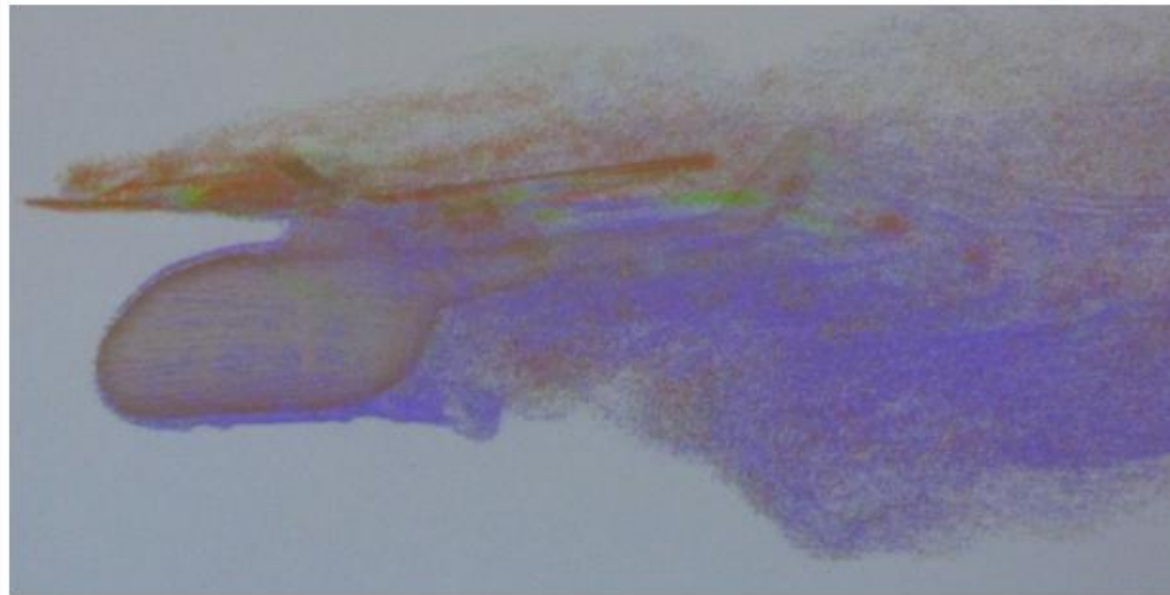
- Розерхед Л. (1931),
- Чорин (60-е годы и позднее)



### Использование

### изолированных вихревых особенностей

- Koumoutsakos P., Leonard A.
- К. Kamemoto
- Willis D.G., Peraire J.
- Басин М.А., Корнев Н.В., Трешков В.К.
- Щеглов Г.И., Марчевский И.К.
- Beale J.T., Majda A., Caffish R., Lowengrub J., Hou T.Y. (вопросы математического обоснования)



из доклада К. Kamemoto  
на конференции «ВИХРЕВЫЕ МЕТОДЫ И ВИХРЕВЫЕ ТЕЧЕНИЯ»  
ICVFM-2010

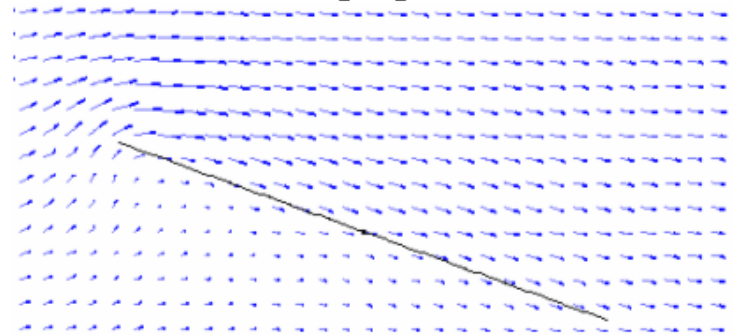
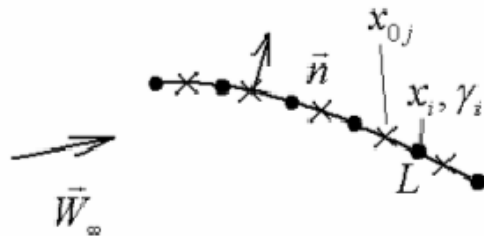
## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАНИЦ

### Идея о несущих вихрях

Н.Е. Жуковский, Прандтль

### Метод дискретных вихрей

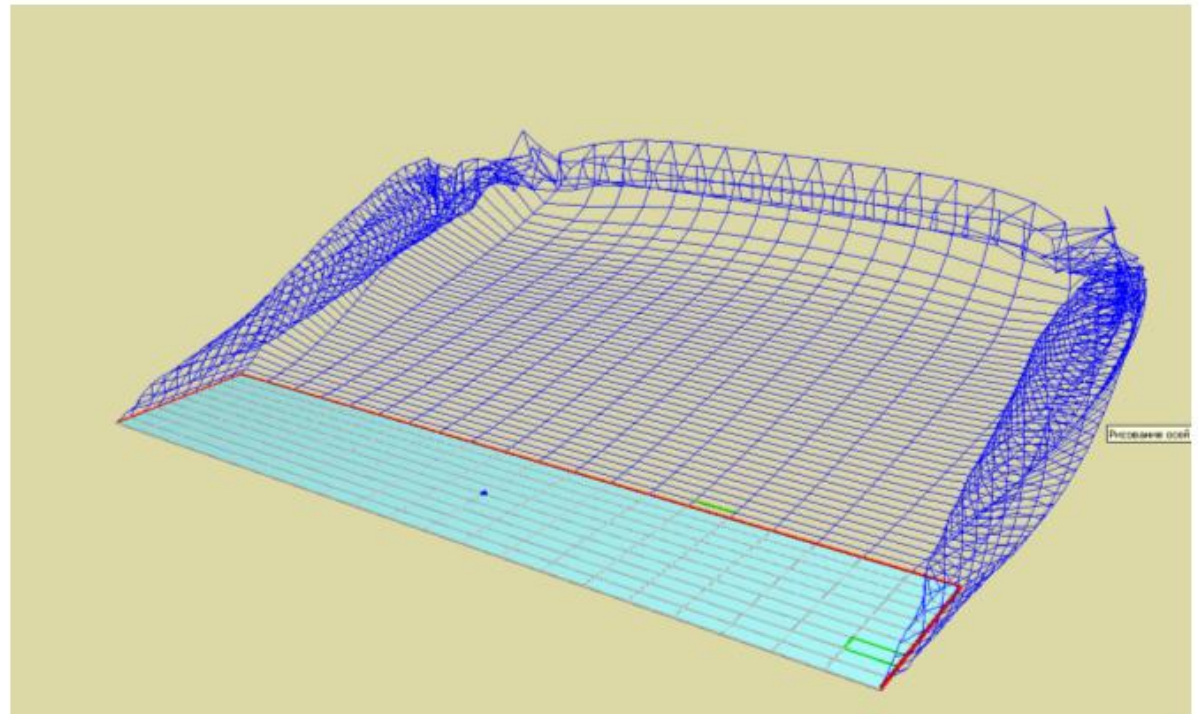
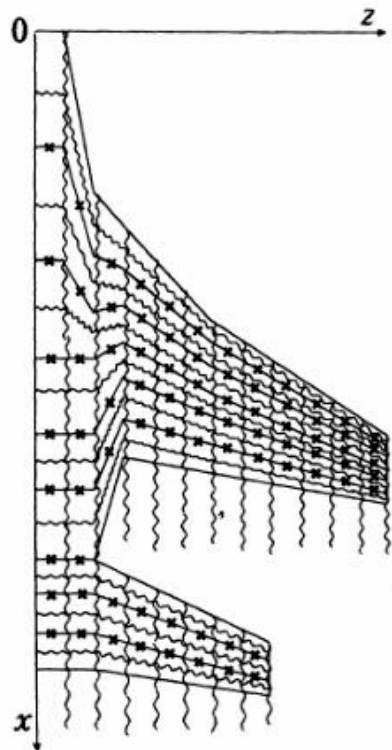
С.М. Белоцерковский – безвихревое обтекание тонких профилей



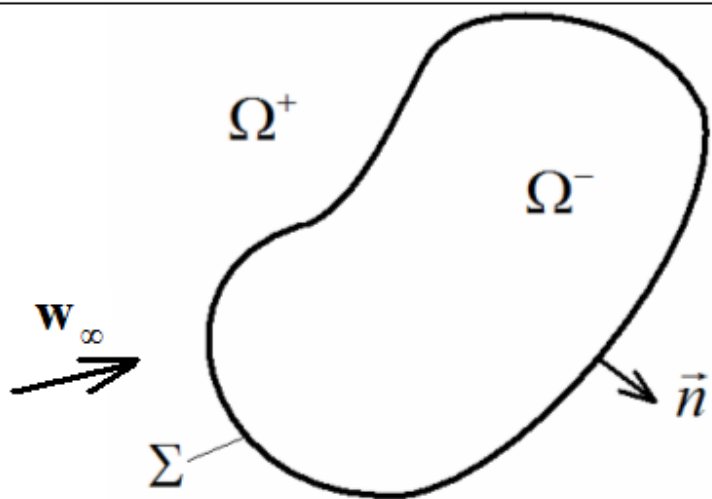
С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ – двумерные отрывные течения



**Методы вихревых отрезков и вихревых рамок (С.М.Белоцерковский, М.И.Ништ, В.А. Апаринов, Дворак А.В., Лифанов И.К. и др.)** – безотрывное обтекание тонких крыльев, отрывное обтекание треугольных крыльев и более сложные задачи



# ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ



$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{w} = 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{w} = 0 \end{cases} \quad - \text{ в } \Omega, \quad w_n = 0 \text{ на } \partial\Omega$$

**Вид решения**

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_\infty + \mathbf{w}_1, \quad \mathbf{w}_1 = \operatorname{grad} u$$

**Задача Неймана для потенциала**

$$\Delta u = 0 \text{ в } \Omega, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = f \text{ на } \Sigma$$

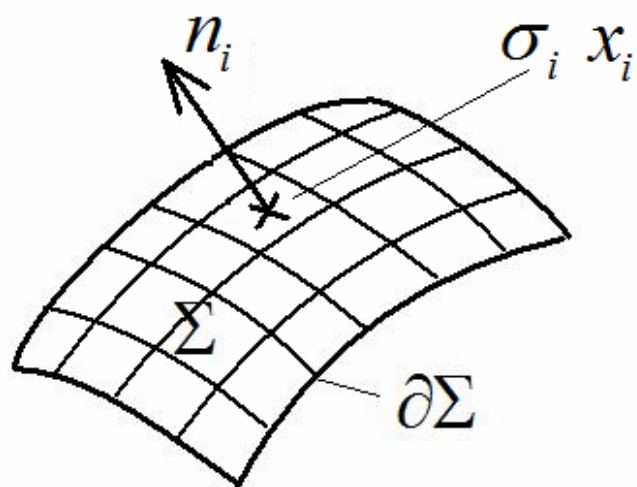
$$F(x-y) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|x-y|} \quad - \text{ фундаментальное решение}$$

$$u(x) = \int_{\Sigma} g(y) \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y \Rightarrow \frac{\partial}{\partial n_x} \int_{\Sigma} g(y) \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y = f(x)$$

**Интегральное уравнение с интегралом в смысле конечного значения по Адамару**

$$\int_{\Sigma} g(y) \frac{\partial}{\partial n_x} \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y = f(x), \quad \frac{\partial}{\partial n_x} \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} = \frac{K(x,y)}{|x-y|^3}$$

## Численное решение краевой задачи Неймана



$$\Delta u = 0 \text{ в } \Omega, \quad \frac{\partial u^\pm}{\partial n} = f \text{ на } \Sigma$$

**Интегральное уравнение**

$$\int_{\Sigma} g(y) \frac{\partial}{\partial n_x} \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y = f(x)$$

$$\int_{\Sigma} \frac{v(y) dy}{|x-y|^3} \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Sigma \setminus S(\varepsilon, x)} \frac{v(y) dy}{|x-y|^3} - \frac{2\pi v(x)}{\varepsilon} \right\}$$

## Численная схема метода вихревых рамок

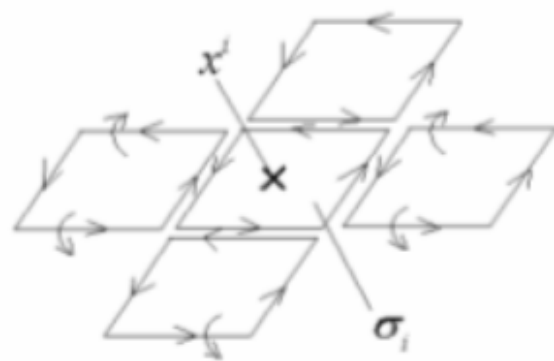
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} g_j = f(x_i)$$

$$a_{ij} = \frac{\partial}{\partial n_x} \int_{\sigma_j} \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y, \quad x = x_i$$

**Закон Био-Савара**

$$\nabla \int_{\sigma_j} \frac{\partial F(x-y)}{\partial n_y} d\sigma_y = \oint_{\partial \sigma_j} \overline{dl}_y \times \mathbf{V}(x-y)$$

$$\mathbf{V}(x-y) = -\nabla F(x-y) = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{x}-\mathbf{y}}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|^3}$$



## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:**

**Сходимость квадратурных формул типа метода вихревых рамок, приложения к краевым задачам: Лифанов И.К.**

**Сходимость метода вихревых рамок в специальных пространствах обобщенных функций: Полтавский Л.Н.**

**Равномерная сходимость метода рамок, в том числе для полного уравнения:**

**Сегуха А.В.**

**Сходимость метода рамок с регуляризацией на замкнутой поверхности:**

**Рыжаков Г.В.**

**Приложения к краевым задачам**

**дифракции волн: Лифанов И.К., Гандель Ю.В.,**

**фильтрации: Лифанов И.К., Пивень В.Ф.**

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ЗАВИХРЕННОСТИ

## А) Задача о переносе непрерывно-распределенной завихренности в безграничном объеме

### УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА

для поля скоростей  $\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = (w_1, w_2, w_3)$  и давления  $p \equiv p(\mathbf{x}, t)$ ,

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \in R^3, t \in R, t \geq 0$ :

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 w_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p$$
$$\text{div } \mathbf{w} = 0$$

начальное условие

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{a}(\mathbf{x})$$

где  $\mathbf{a} \in C^2(R^3)$  и  $\text{supp}(\text{rot } \mathbf{a}) \subset \Omega_0$ ,  $\Omega_0$  - ограниченная область в  $R^3$ ,

условие на бесконечности

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \rightarrow 0 \text{ при } |\mathbf{x}| \rightarrow \infty.$$

## УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ЗАВИХРЕННОСТИ В ЭЙЛЕРОВЫХ КООРДИНАТАХ

$$\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{w}, \quad \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 w_i \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^3 \omega_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x_i}$$

выражение скорости через завихренность (закон Био-Савара):

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{R^3} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{y}, t) \times (\mathbf{x} - \mathbf{y})}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3} d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in R^3.$$



## УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ЗАВИХРЕННОСТИ В ЛАГРАНЖЕВЫХ КООРДИНАТАХ

Неизвестные:

$$\mathbf{x}(\xi, t), \psi(\xi, t) = \omega(\mathbf{x}(\xi, t), t),$$

где  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \in D$  - Лагранжевы координаты

$$\frac{\partial \mathbf{x}(\xi, t)}{\partial t} = \mathbf{w}(\mathbf{x}, t)$$

$$\frac{\partial \psi(\xi, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \psi_i \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x_i}$$

$$\mathbf{x}(\xi, 0) = \xi, \quad \psi(\xi, 0) = \psi_0(\xi),$$

где  $\psi_0 = \text{rot } \mathbf{a}$ ,  $D = \text{supp}(\text{rot } \mathbf{a})$

$$\mathbf{w}(\mathbf{y}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_D \frac{\psi(\xi, t) \times (\mathbf{y} - \mathbf{x}(\xi, t))}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}(\xi, t)|^3} d\xi, \quad \mathbf{y} \in R^3.$$

## РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

$$\frac{\partial \mathbf{x}_\varepsilon(\xi, t)}{\partial t} = \mathbf{w}_\varepsilon(\mathbf{x}, t), \quad \frac{\partial \psi_\varepsilon(\xi, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \psi_{\varepsilon i} \frac{\partial \mathbf{w}_\varepsilon}{\partial x_i}$$

$$\mathbf{x}_\varepsilon(\xi, 0) = \xi, \quad \psi_\varepsilon(\xi, 0) = \psi_0(\xi),$$

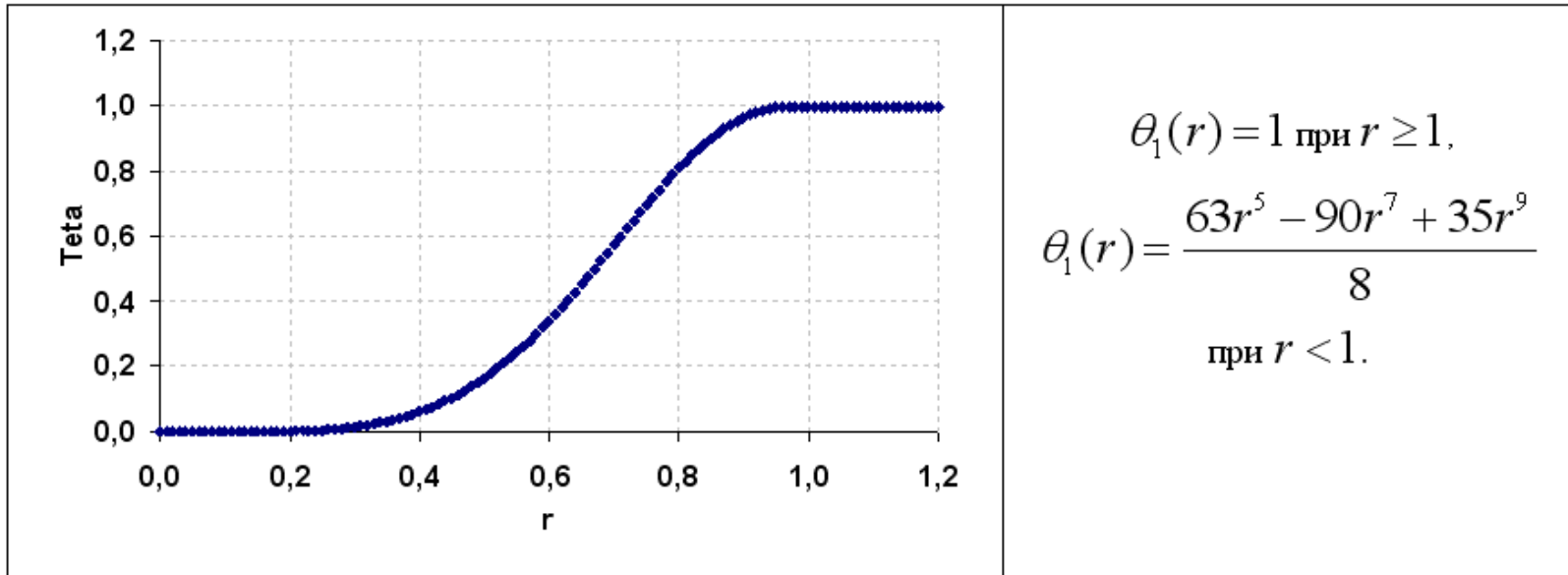
$$\mathbf{w}_\varepsilon(\mathbf{y}, t) = \int_D \psi(\xi, t) \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}(\xi, t)) d\xi, \quad \mathbf{y} \in R^3,$$

$$\mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}) = \mathbf{V}_0(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \theta_\varepsilon(|\mathbf{y} - \mathbf{x}|),$$

$$\mathbf{V}_0(\mathbf{y} - \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{x})}{|\mathbf{y} - \mathbf{x}|^3}, \quad \theta_\varepsilon(|\mathbf{y} - \mathbf{x}|) - \text{сглаживающий множитель, } \theta_\varepsilon(r) = \theta_1(r/\varepsilon),$$

$$\theta_1(r) \in C^3[0, \infty): \quad \theta_1(0) = \theta_1'(0) = \theta_1''(0) = 0, \quad \theta_1'''(r) \leq Cr^2 \text{ при всех } r \in [0, \infty), \quad \theta_1(r) = 1 \text{ при } r \geq 1.$$

## Пример сглаживающей функции



### Связь решений точной и регуляризированной задачи:

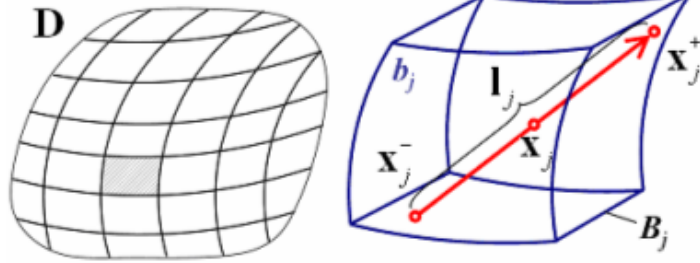
Пусть на отрезке  $[0, T]$  существует решение  $\mathbf{x}(\xi, t), \psi(\xi, t)$ , такое, что при каждом  $t \in [0, T]$  выполнено  $\mathbf{x} \in C^2(D), \psi \in C^1(D)$ .

Тогда

$$|\mathbf{x}(\xi, t) - \mathbf{x}_\varepsilon(\xi, t)| \leq C\varepsilon^\beta, \left| \frac{\partial \mathbf{x}(\xi, t)}{\partial \xi_i} - \frac{\partial \mathbf{x}_\varepsilon(\xi, t)}{\partial \xi_i} \right| \leq C\varepsilon^\beta, |\psi(\xi, t) - \psi_\varepsilon(\xi, t)| \leq C\varepsilon^\beta,$$

для любого  $\beta \in (0, 1), C = C(\beta)$ .

## ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



$$\begin{aligned} \mathbf{x}_j(t) &\approx \mathbf{x}(\xi_j, t), \quad \psi_j(t) \approx \psi(\xi_j, t), \\ \mathbf{l}_j(t) &= k_j \psi_j(t), \quad \mathbf{x}_j^\pm(t) = \mathbf{x}_j(t) \pm \mathbf{l}_j(t)/2 \\ \Gamma_j &: \quad \Gamma_j \mathbf{l}_j(t) = \psi_j(t) b_j \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{x}_\varepsilon(\xi, t)}{\partial t} = \mathbf{w}_\varepsilon(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\partial \psi_\varepsilon(\xi, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \psi_{\varepsilon i} \frac{\partial \mathbf{w}_\varepsilon}{\partial x_i} \\ \mathbf{w}(\mathbf{y}, t) = \int_D \psi(\xi, t) \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}(\xi, t)) d\xi \end{cases}$$

→

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_j(t)}{dt} = \mathbf{w}(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\partial \psi_j(\xi, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \psi_{ji} \frac{\partial \mathbf{w}_\varepsilon}{\partial x_i} \\ \mathbf{w}(\mathbf{y}, t) = \sum_{j=1}^N \psi_j(t) \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}_j(t)) b_j \end{cases}$$

→

⊕

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}_j^\pm(t)}{dt} = \mathbf{w}(\mathbf{x}_j^\pm, t) \\ \mathbf{w}(\mathbf{y}, t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j \mathbf{l}_j(t) \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}_j(t)) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_j(t) &= \mathbf{x}_j^+(t) - \mathbf{x}_j^-(t), \\ \mathbf{x}_j(t) &= \frac{\mathbf{x}_j^+(t) + \mathbf{x}_j^-(t)}{2}, \quad \Gamma_j = \frac{b_j}{k_j} \end{aligned}$$

$$\frac{d(\mathbf{x}_j^\pm)}{dt} = \frac{d\left(\mathbf{x}_j \pm \frac{\mathbf{l}_j}{2}\right)}{dt} = \mathbf{w}\left(\mathbf{x}_j \pm \frac{\mathbf{l}_j}{2}, t\right) = \mathbf{w}(\mathbf{x}_j, t) \pm \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 l_{j,k} \frac{\partial \mathbf{w}(\mathbf{x}_j, t)}{\partial x_k} + O(|\mathbf{l}_j|^2)$$

Тогда

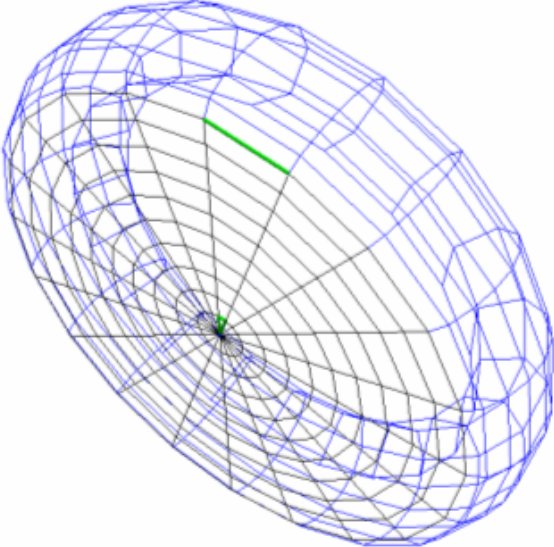
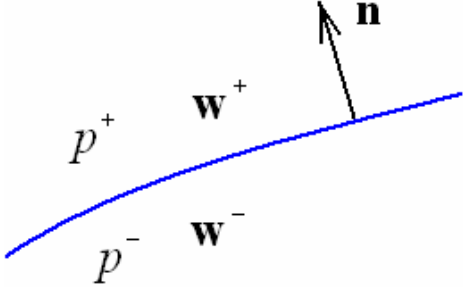
$$\frac{d\mathbf{x}_j(t)}{dt} = \mathbf{w}(\mathbf{x}_j, t) + O(|\mathbf{l}_j|^2)$$

$$\frac{\partial \psi_j(\xi, t)}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 \psi_{j,i} \frac{\partial \mathbf{w}_\varepsilon}{\partial x_i} + O(|\mathbf{l}_j|^2)$$

### **Доказательство сходимости численного метода:**

1. Кирякин В.Ю., Сетуха А.В. О сходимости численного метода решения трехмерных уравнений Эйлера в лагранжевых координатах. // Дифференциальные уравнения, т.43, № 9, с. с1263-1276, 2007.
2. Апаринов А.А., Сетуха А.В., О применимости мозаично-скелетонных аппроксимаций матриц для ускорения вычислений в вихревом методе для трехмерных уравнений Эйлера. // Дифференциальные уравнения, 2009, т. 45, С.1329-1340, № 9.

## ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ

		<p><b>Условия на поверхности разрыва</b></p> $p^+ = p^-$ $w_n^+ = w_n^- = d_n$
---	--	--

⊕

$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{w} = 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{w} = 0 \end{cases} \text{ вне вихревой пелены}$ <p><math>\mathbf{w} \rightarrow 0</math> на бесконечности</p>	$\mathbf{w} = \operatorname{grad} u$ $\Delta u = 0, \quad \text{вне вихревой пелены}$ $\left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)^+ = \left( \frac{\partial u}{\partial n} \right)^- \text{ на вихревой пелене}$ <p><math>u \rightarrow 0</math> на бесконечности</p>
--	---

# УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ В ЛАГРАНЖЕВЫХ КООРДИНАТАХ

**представление потенциала поля скоростей**

$$u(y) = \int_{\Sigma} g(x) \frac{\partial F(y-x)}{\partial n(x)} d\sigma_x, \quad g = u^+ - u^-, \quad F(y-x) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|y-x|}$$

**параметризация вихревой пелены**

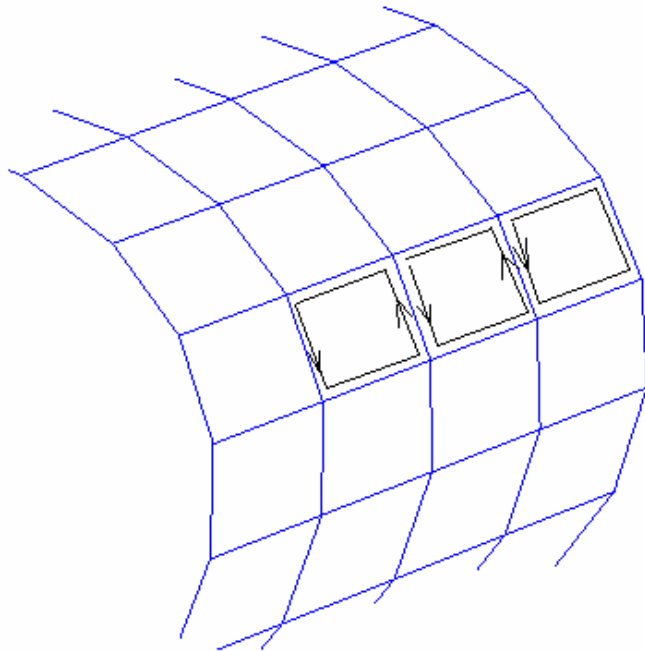
$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\xi, t), \quad \xi = (\xi_1, \xi_2)$$

**Уравнения движения:**

$$\frac{\partial \mathbf{x}(\xi, t)}{\partial t} = \mathbf{w}(\mathbf{x}(\xi, t), t), \quad \left( \frac{\partial g}{\partial t} \right)_{\xi=const} = 0$$
$$\mathbf{x}(\xi, 0) = \mathbf{x}_0(\xi), \quad g(\xi) = g_0(\xi)$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{y}) = \text{grad } u, \quad \mathbf{y} \notin \Sigma, \quad \mathbf{w}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left( \mathbf{w}^+(\mathbf{x}) + \mathbf{w}^-(\mathbf{x}) \right), \quad \mathbf{x} \in \Sigma.$$

## МЕТОД ВИХРЕВЫХ РАМОК



$g = g_i$  на ячейке  $\sigma_i$

**Закон Био-Савара для  $g = const$ :**

$$\mathbf{w}[S](\mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \nabla_x \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_y} \left( \frac{1}{r} \right) d\sigma_y = \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S} \frac{d\mathbf{l}_y \times (\mathbf{x} - \mathbf{y})}{r^3},$$
$$r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$$

**Представление поля скоростей:**

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t_k) = -\sum_{i=1}^N g_i \mathbf{w}_\varepsilon[\sigma_i^k](\mathbf{x}),$$
$$\mathbf{w}_\varepsilon[S](\mathbf{x}) = \int_{\partial S} d\mathbf{l}_y \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

**Уравнения движения угловых точек рамок:**

$$\mathbf{x}_j(t_{k+1}) = \mathbf{x}_j(t_k) + \mathbf{x}_j(t_k) \mathbf{w}(\mathbf{x}, t_k)$$



## ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЬКИ КАК ВИХРЕВОГО СЛОЯ

**Закон Био-Савара:**

$$u(\mathbf{y}) = \int_{\Sigma} g(\mathbf{x}) \frac{\partial F(\mathbf{y} - \mathbf{x})}{\partial n(\mathbf{x})} d\sigma_{\mathbf{x}}, \quad g = 0 \text{ на } \partial\Sigma$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{y}) \equiv \mathit{grad} u(\mathbf{y}) = \int_{\Sigma} \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x}) \times \mathbf{V}(\mathbf{y} - \mathbf{x}) d\sigma_{\mathbf{x}}, \quad \boldsymbol{\gamma}(\mathbf{x}) = \mathbf{n} \times \mathit{Grad} g$$

*Grad g* - поверхностный градиент функции  $g$ :  $dg = (\mathit{Grad} g, d\mathbf{x})$

# УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ

$\mathbf{x}(\xi, t)$  - параметрическое задание формы вихревой пелены,

$$\psi(\xi, t) = \gamma(\mathbf{x}(\xi, t), t)$$

Представление поля скоростей

$$\mathbf{w}(y, t) = \int_{\Sigma} \psi^*(\xi, t) \times \mathbf{V}(y - \mathbf{x}(\xi, t)) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$\psi^*(\xi, t) = J(\xi, t)\psi(\xi, t), \quad J(\xi, t) = \sqrt{G(\xi, t)} \text{-Якобиан, } G(\xi, t) = \det \left( \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_i}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi_i} \right)$$

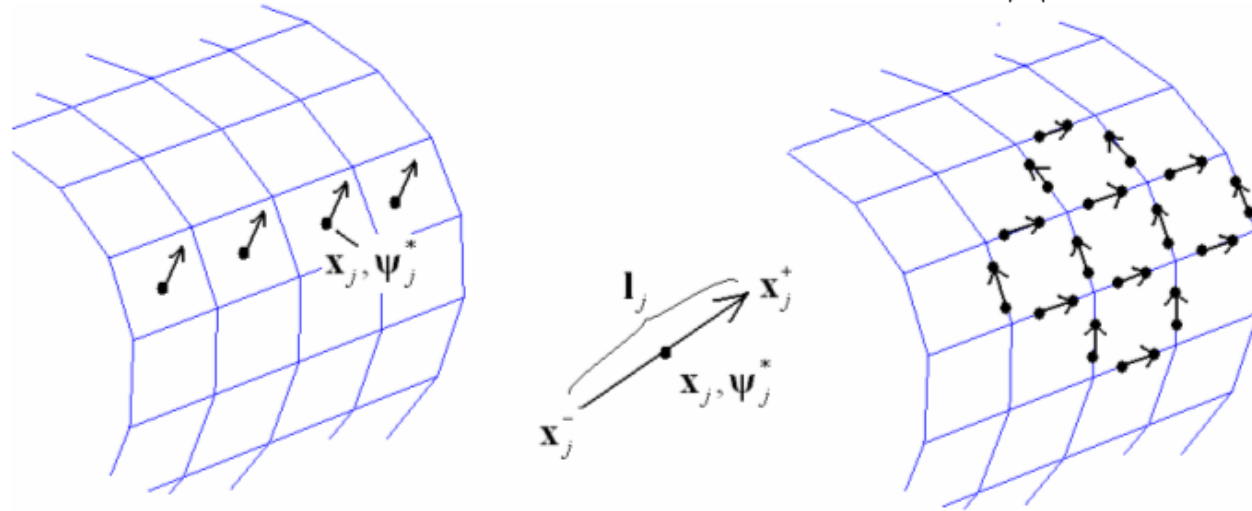
Условие  $\left( \frac{\partial g}{\partial t} \right)_{\xi=const} = 0$  удовлетворено, если

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{x}(\xi, t)}{\partial t} = \mathbf{w}(\mathbf{x}(\xi, t), t) \\ \frac{\partial \psi_k^*}{\partial t} = \left( \text{Grad } w_k, \psi^* \right) \end{cases},$$

Начальные условия

$$\mathbf{x}(\xi, 0) = \mathbf{x}_0(\xi), \quad \psi^*(\xi, t) = \psi_0^*(\xi)$$

## ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ



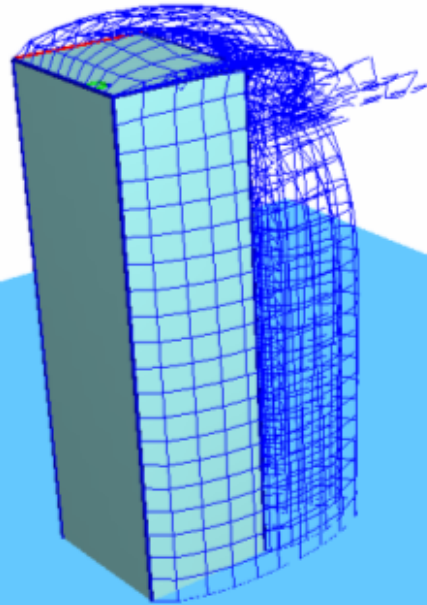
$\mathbf{x}_j(t) \approx \mathbf{x}(\xi_j, t), \Psi_j(t) \approx \Psi^*(\xi_j, t), \mathbf{l}_j(t) = k_j \Psi_j(t), \mathbf{x}_j^\pm(t) = \mathbf{x}_j(t) \pm \mathbf{l}_j(t) / 2$   
 $\Gamma_j: \Gamma_j \mathbf{l}_j(t) = \Psi_j(t) b_j, b_j$  - площадь ячейки на плоскости параметров  $\xi$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathbf{x}_j^\pm(t)}{dt} = \mathbf{w}(\mathbf{x}_j^\pm, t) \\ \mathbf{w}(\mathbf{y}, t) = \sum_{j=1}^N \Gamma_j \mathbf{l}_j(t) \times \mathbf{V}_\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{x}_j(t)) \end{array} \right.$$

$$\mathbf{l}_j(t) = \mathbf{x}_j^+(t) - \mathbf{x}_j^-(t),$$

$$\mathbf{x}_j(t) = \frac{\mathbf{x}_j^+(t) - \mathbf{x}_j^-(t)}{2}, \Gamma_j = \frac{b_j}{k_j}$$

# ВИХРЕВАЯ МОДЕЛЬ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ



## Основные предположения:

1. Среда идеальная несжимаемая.
2. Вихревой след возникает при отрыве потока с заданных линий.

3. На поверхностях тел ставится условие непротекания

$$\vec{w}\vec{n} = 0$$

4. Вихревые линии движутся вместе с жидкостью (уравнения Гельмгольца переноса завихренности)

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = (\vec{\omega}\nabla)\vec{w}, \text{ где } \vec{\omega} = \text{rot}\vec{w},$$

5. Условие на бесконечности:  $\vec{w} = \vec{w}_\infty$

6. Условие Чаплыгина-Жуковского (об ограниченности скорости на линии отрыва потока).

# СИСТЕМА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$\mathbf{w}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{w}_\infty + \sum_{i=1,2} \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma_i} \nabla_x \left( \frac{\partial}{\partial n_y} \left( \frac{1}{r} \right) \right) g_i(\mathbf{y}, t) d\sigma_{i,y}, \quad r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}| - \text{представление поля скоростей}$$

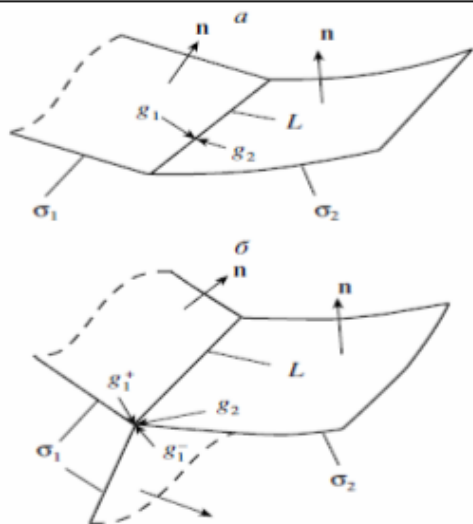
## Уравнение на поверхности тела

$$\int_{\sigma_1} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) g_1(\mathbf{y}, t) d\sigma_{1,y} = -\vec{W}_\infty \vec{n}(\mathbf{x}) - \int_{\sigma_2} K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) g_2(\mathbf{y}, t) d\sigma_{2,y}, \quad \mathbf{x} \in \sigma_1, \quad K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial n_x \partial n_y} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|},$$

## Уравнения движения вихревой пелены

$$\frac{\partial \mathbf{x}(s, \tau, t)}{\partial \tau} = \mathbf{w}(\mathbf{x}(s, \tau, t), t), \quad \tau \leq t, \quad s: \mathbf{x}_{otr}(s) \in L, \quad \mathbf{x}(s, \tau, t) \Big|_{t=\tau} = \mathbf{x}_{otr}(s),$$

$$g_2(\mathbf{x}(s, \tau, t), t) \equiv g_2(s, \tau), \quad \tau \leq t, \quad s: \mathbf{x}_{otr}(s) \in L$$

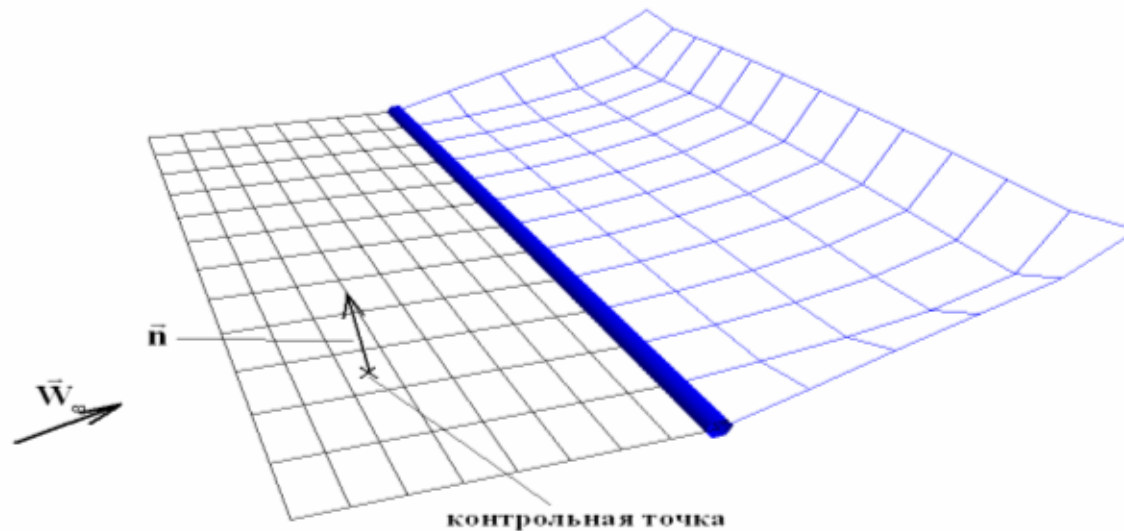


## Условия на линиях отрыва

$$g_2(s, t) = g_1(\mathbf{x}_{otr}(s), t), \quad s: \mathbf{x}_{otr}(s) \in L,$$

$$g_2(s, t) \equiv g_2(\mathbf{x}_{otr}(s), t) = g_1^+(\mathbf{x}_{otr}(s), t) - g_1^-(\mathbf{x}_{otr}(s), t)$$

# ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА МЕТОДА ВИХРЕВЫХ РАМОК



$$\mathbf{w}[S](\mathbf{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \nabla_x \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_y} \left( \frac{1}{r} \right) d\sigma_y = \frac{1}{4\pi} \int_{\partial S} \frac{d\mathbf{l}_y \times (\mathbf{x} - \mathbf{y})}{r^3}, \quad r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \text{ - закон Био-Савара}$$

$$\mathbf{w}^k(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_\infty + \sum_{j=1}^N \Gamma_j^k \mathbf{w}[\sigma_1^j](\mathbf{x}) + \sum_{r=1}^{-N_k} \delta_r \mathbf{w}[\sigma_2^{r,k}](\mathbf{x}), \text{ - представление поля скоростей}$$

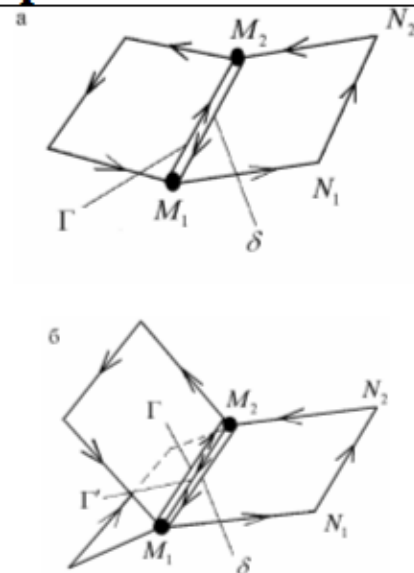
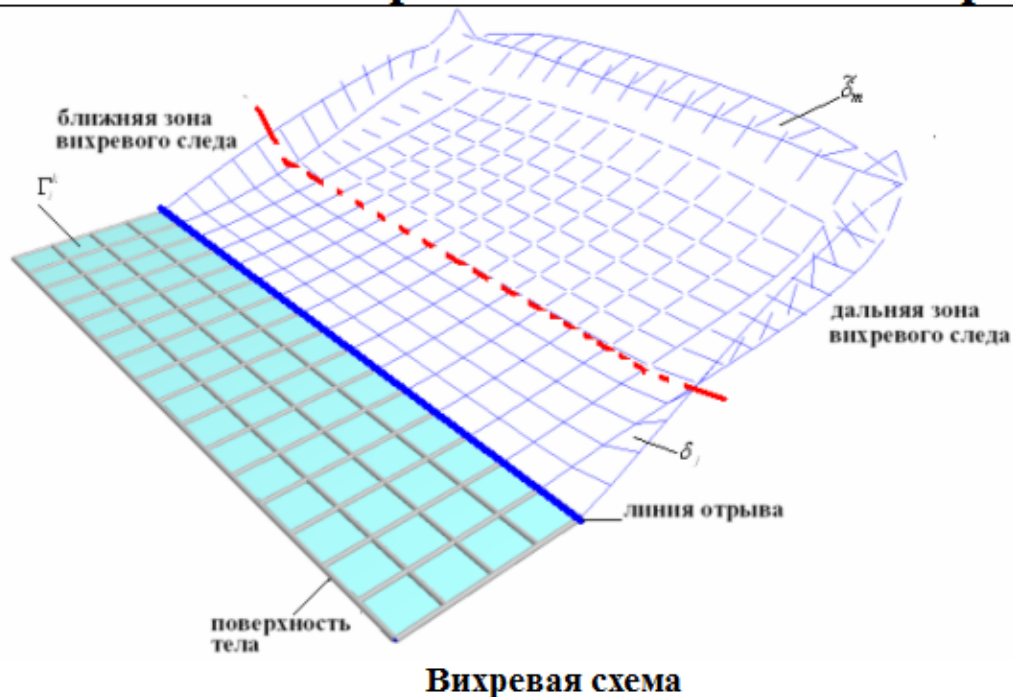
$$\sum_{j=1}^N w_{ij} \Gamma_j^k = f_i^k, \quad i=1,2,\dots,N, \text{ - нахождение циркуляций рамок на теле}$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{w}^k(\mathbf{x}) \Delta t \text{ - сдвиг вихревой пелены}$$

## **ИДЕИ НАСТОЯЩЕЙ РАБОТЫ**

- 1. Использование замкнутых вихревых рамок для аппроксимации поверхности тела (традиции школы С.М. Белоцерковского) - (возможность моделирования телесных и тонких объектов)**
- 2. Деление вихревого следа на зоны – ближнюю и дальнюю. Использование замкнутых вихревых рамок для аппроксимации ближней зоны вихревого следа и изолированных вихревых элементов в дальней зоне.**
- 3. Использование методов быстрого приближенного умножения матриц для пересчета формы вихревых структур (метод мозачно-скелетонных аппроксимаций Тыртышникова Е.Е.)**
- 4. Расчет давления с использованием аналога интеграла Коши-Лагранжа (на базе результатов Дынниковой Г.Я.)**

## Вихревая численная с изолированными отрезками схема.



Образование новой рамки

Выражение для поля скоростей:

$$\vec{w}^k(M) = \vec{w}_\infty + \sum_{j=1}^N \Gamma_j^k \vec{W}[\sigma_j](M) + \sum_{r=1}^{N_k} \Delta_r \vec{W}[\sigma_r^k](M) + \sum_{m=1}^{M_k} \tilde{\sigma}_m^r \vec{W}[l_m^r](M),$$

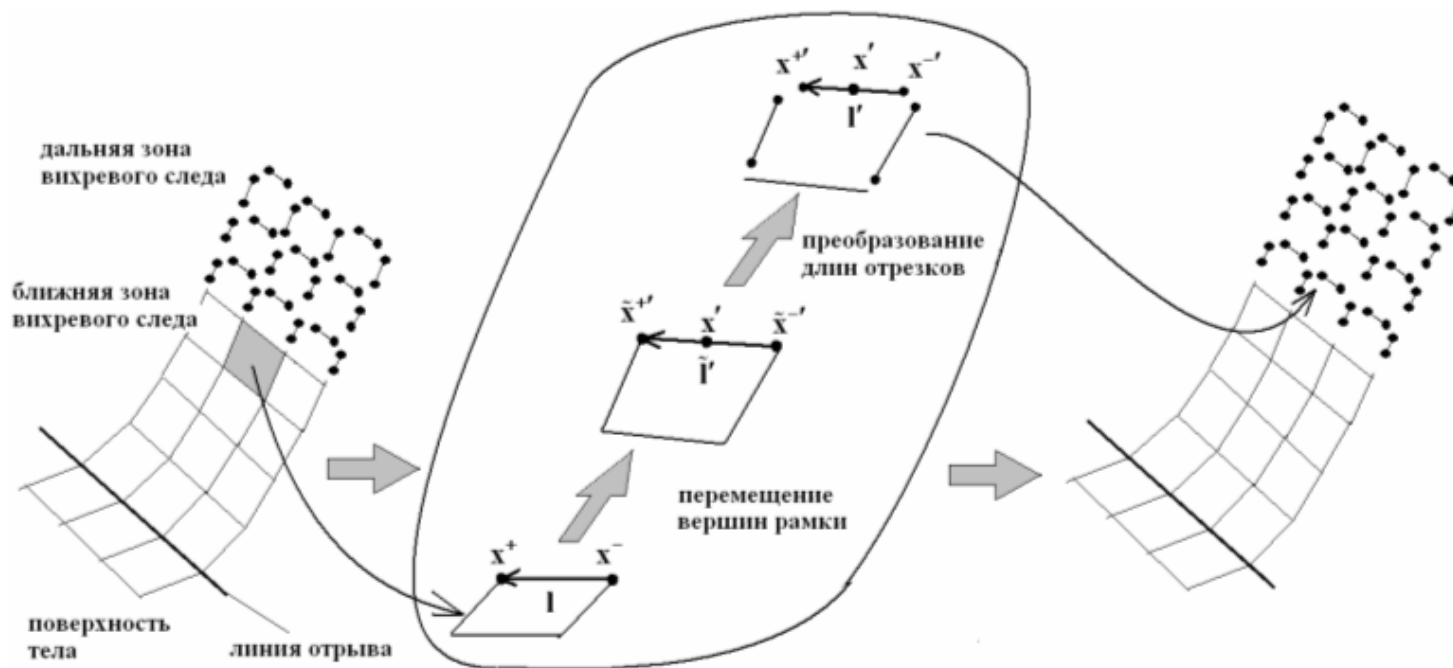
Определение циркуляций вихревых рамок на теле

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma_j = f_i, \quad i = 1, \dots, N$$

$$a_{ij} = \vec{W}[\sigma_j](M_i) \vec{n}(M_i), \quad f_i = -\vec{n}(M_i) \left[ \vec{w}_\infty + \sum_{r=1}^{N_k} \Delta_r \vec{W}[\sigma_r^k](M_i) + \sum_{m=1}^{M_k} \tilde{\sigma}_m^r \vec{W}[l_m^r](M_i) \right],$$



## Преобразование вихревых рамок в вихревые отрезки



## Расчет аэродинамических нагрузок

Определяется распределение давления  $p$  на поверхностях телесных объектов и распределение перепада давления  $\Delta p = p^- - p^+$  на тонких поверхностях. В основе лежит использование аналога интеграла Коши-Лагранжа для вихревых течений, предложенного Дынниковой Г.Я.

## Расчет аэродинамических нагрузок

### Интеграл Коши-Лагранжа для потенциальных течений

$$p = p_\infty + \rho \mathbf{w}_\infty^2 / 2 - \rho \mathbf{w}^2 / 2 - \rho \partial \varphi / \partial t \text{ при } \mathbf{w} = \nabla \varphi$$

### Представление для поля скоростей:

$$\mathbf{w}_i = \nabla \varphi_i, \quad \varphi_i(\mathbf{x}, t) = \int_{\Sigma_i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_y} F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) g_i(\mathbf{y}, t) d\sigma_y, \quad i = 1, 2, \quad F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|},$$

$$\mathbf{w}_3(\mathbf{x}, t) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\omega}(\mathbf{y}, t) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = -\nabla_x F(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{x} - \mathbf{y}}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|^3},$$

### Уравнения Эйлера в форме Громеки-Ламба:

$$\nabla \left( \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} \right) = -\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{w}$$

$$\frac{\partial \mathbf{w}_3(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{w} = \nabla I(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{I}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Omega} [\boldsymbol{\omega}(\mathbf{y}, t) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y})] \mathbf{w}(\mathbf{y}, t) d\mathbf{y}.$$

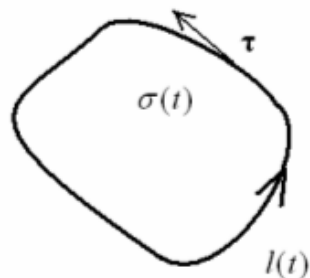
### Выражение для давления:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{\mathbf{w}_\infty^2}{2} - \frac{\mathbf{w}^2}{2} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} - \mathbf{I}$$

## Численная схема расчета аэродинамических нагрузок

⊕

Производная потенциала вихревой рамки:



$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \int_{l(t)} [\boldsymbol{\tau}(s, t) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}(s, t))] \mathbf{w}(s, t) ds,$$

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \int_{\sigma(t)} \frac{\partial F(\mathbf{x} - \mathbf{y})}{\partial \mathbf{n}_y} d\sigma \equiv U_{frame}[\sigma].$$

Расчетные формулы:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{\mathbf{w}_\infty^2}{2} - \frac{\mathbf{w}^2}{2} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} - \mathbf{I},$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = - \sum_{\sigma \in M_1} \frac{g^k(\sigma) - g^{k-1}(\sigma)}{\Delta t} U_{frame}[\sigma], \quad \partial \varphi_2 / \partial t + \mathbf{I} = \sum_{l \in M(t_k)} \Gamma(l) [\mathbf{r} \times \mathbf{V}] \mathbf{w}$$

$M_1$  - множество вихревых рамок, моделирующих поверхности тел,

$g^k(\sigma)$  - циркуляции этих рамок в момент времени  $t_k$

$M(t_k)$  - множество всех вихревых отрезков, моделирующих вихревой след

Расчет перепада давления на тонкой поверхности:

$$\Delta p \equiv p^- - p^+ = \rho \mathbf{W}(\mathbf{W}^+ - \mathbf{W}^-) + \rho \partial g_1 / \partial t$$

# **ВИХРЕВЫЕ МЕТОДЫ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

## **1. Метод бессеточный:**

**необходима сетка на поверхности, пространственная сетка строится автоматически.**

## **2. Метод интегральный**

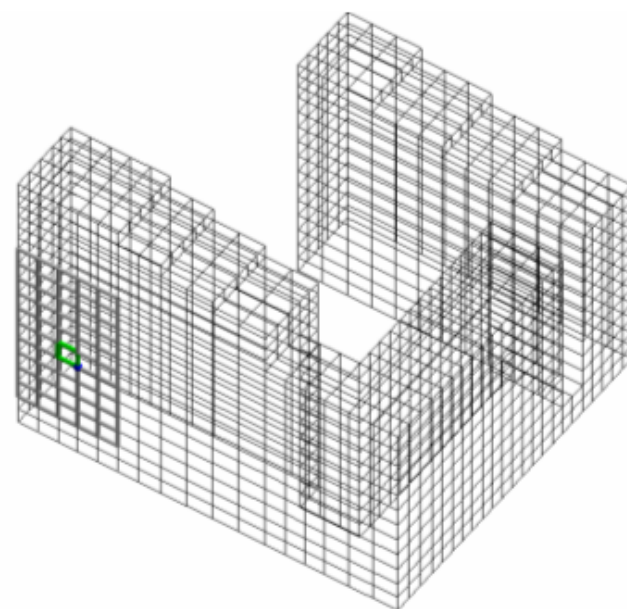
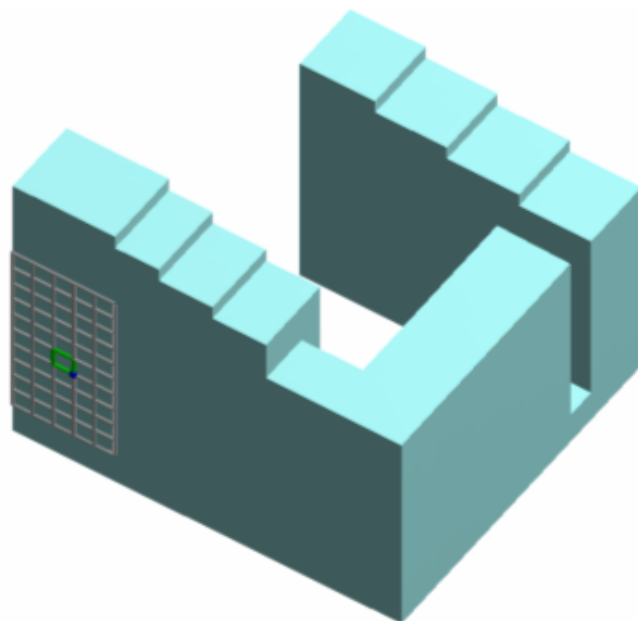
**Используются**

- интегральные представления**
- интегральные уравнения**
- интегральные преобразования**

# ТЕХНОЛОГИЯ ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

## 1. Генерация сетки на поверхности:

- разбиение поверхности по модули
- сплайн-интерполяция со шивкой по методу Кунса
- формирование разбиения поверхности



## 2. Обработка результатов

- отображение распределений скалярных полей по поверхности
- вычисление и отображение скалярных и векторных полей в выбранном плоском сечении

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ АППРОКСИМАЦИИ ЗАПОЛНЕННЫХ МАТРИЦ

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}^i) = \sum_{j=1}^M \mathbf{V}(\mathbf{x}^i - \mathbf{y}^j) \times \mathbf{\Omega}_j$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \int \mathbf{\Omega}(\mathbf{y}) \times \mathbf{V}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) d\mathbf{y} \quad \rightarrow \quad \mathbf{x}^i - i = 1, \dots, N - \text{точки приемники} \quad \rightarrow$$

$\mathbf{y}^j - j = 1, \dots, M - \text{точки источники}$

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}^i) = (w_1^i, w_2^i, w_3^i)$$
$$w_k^i = p_k^i(A\mathbf{t}_k) + q_k^i(A\mathbf{f}_k) + (A\mathbf{h}_k), \quad A = \left( \frac{\theta_\varepsilon(|\mathbf{x}^i - \mathbf{y}^j|)}{|\mathbf{x}^i - \mathbf{y}^j|^3} \right) - \text{скалярная матрица}$$

## АЛГОРИТМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{y}_i) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \frac{\Gamma_j [\mathbf{l}_j \times (\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j)]}{|\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j|^3} \bullet \theta_\varepsilon(|\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j|) = \\ &= \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^n \Gamma_j \frac{\theta_\varepsilon(|\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j|)}{|\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j|^3} [(\mathbf{l}_j \times \mathbf{y}_i) - (\mathbf{l}_j \times \mathbf{x}_j)] \end{aligned}$$

$$W_i^k = p_i^k (A \mathbf{t}^k) - q_i^k (A \mathbf{f}^k) - A \mathbf{h}^k,$$

где  $\mathbf{t}^k = (t_1^k, \dots, t_N^k)^T$ ,  $\mathbf{f}^k = (f_1^k, \dots, f_N^k)^T$ ,  $\mathbf{h}^k = (h_1^k, \dots, h_N^k)^T$ ,

$$p_i^1 = y_i^2, p_i^2 = y_i^3, p_i^3 = y_i^1, t_j^1 = l_j^3, t_j^2 = l_j^1, t_j^3 = l_j^2, q_i^1 = y_i^3, q_i^2 = y_i^1, q_i^3 = y_i^2,$$

$$f_j^1 = l_j^2, f_j^2 = l_j^3, f_j^3 = l_j^1,$$

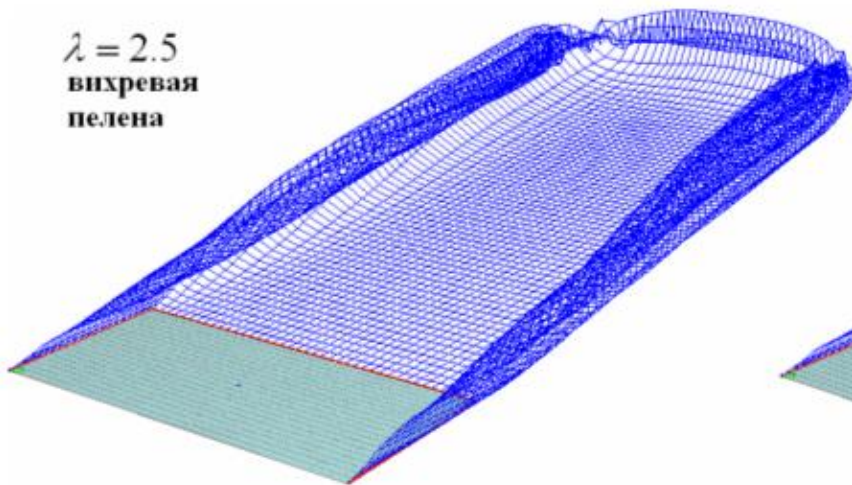
$h_j^k$  - компоненты вектора  $(\mathbf{l}_j \times \mathbf{x}_j)$ ,  $k = 1, 2, 3$ .

- **ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ**

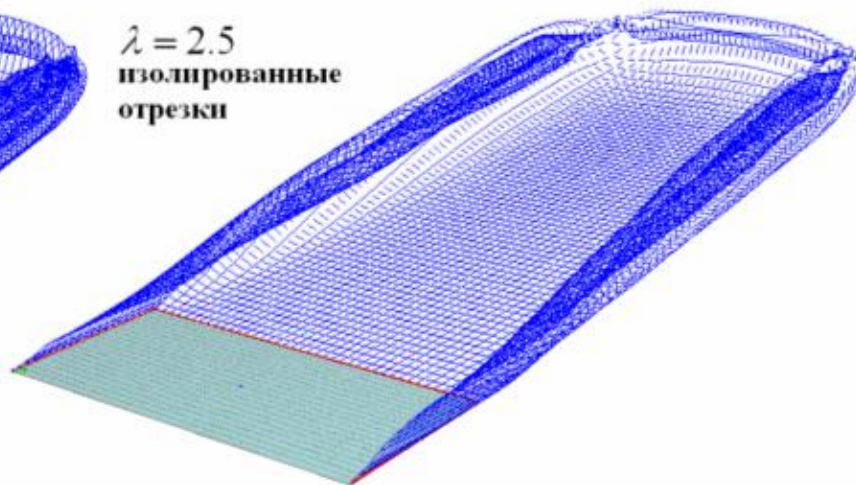


# Обтекание прямоугольного крыла при малых углах атаки

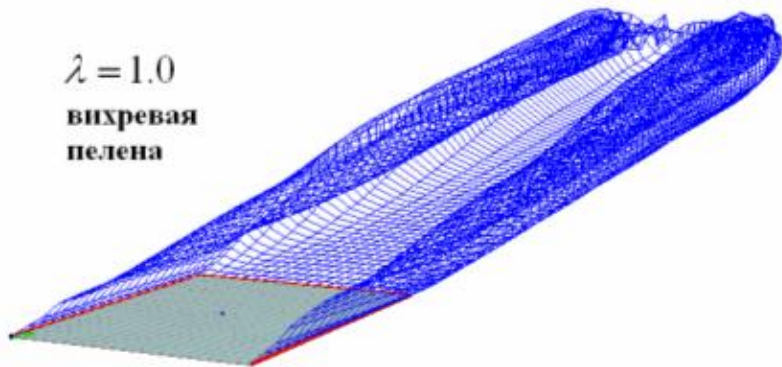
$\lambda = 2.5$   
вихревая  
пелена



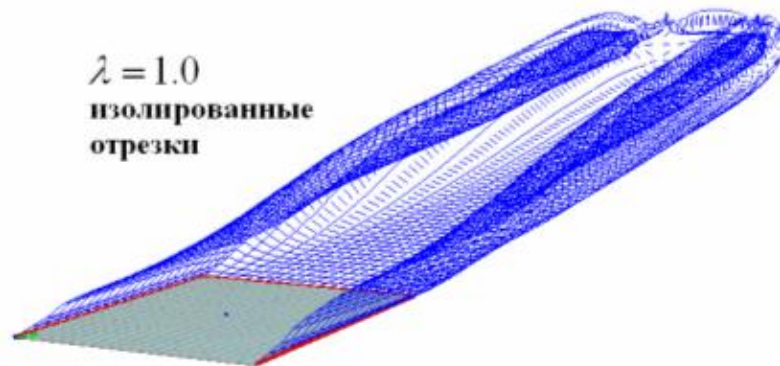
$\lambda = 2.5$   
изолированные  
отрезки



$\lambda = 1.0$   
вихревая  
пелена

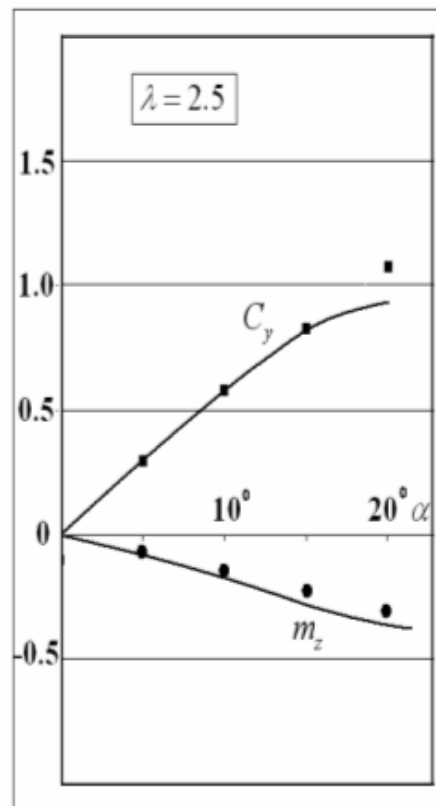
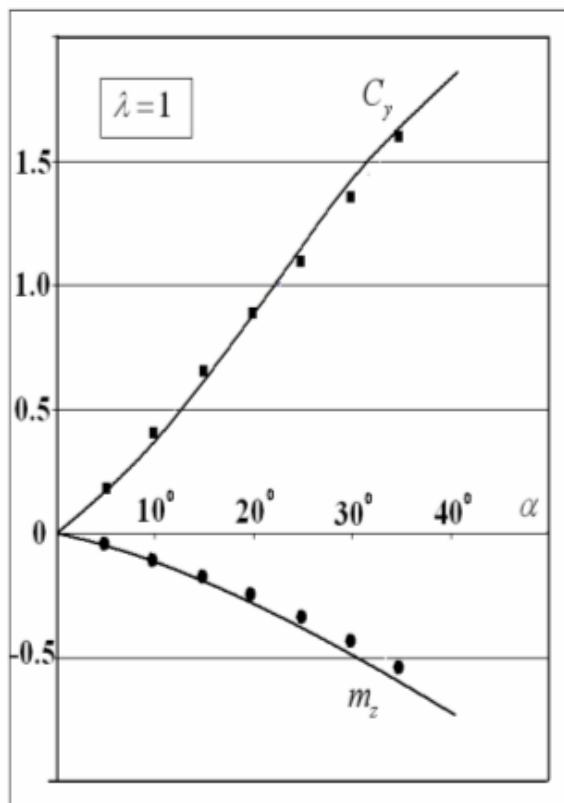


$\lambda = 1.0$   
изолированные  
отрезки



# Аэродинамические характеристики прямоугольного крыла (пластины) при малых углах атаки

$\lambda = 1.0$



■ -  $C_y$  расчет    ● -  $m_z$  расчет    — - эксперимент

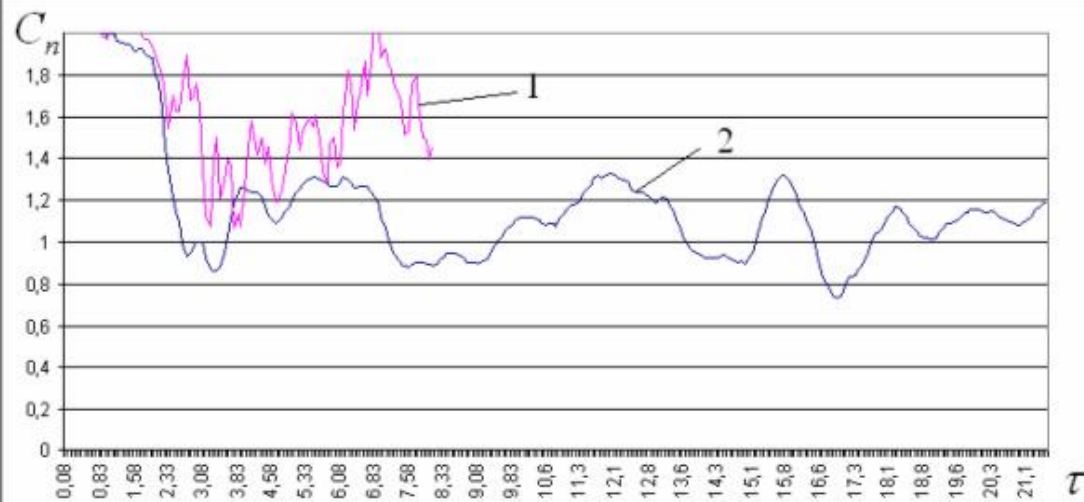
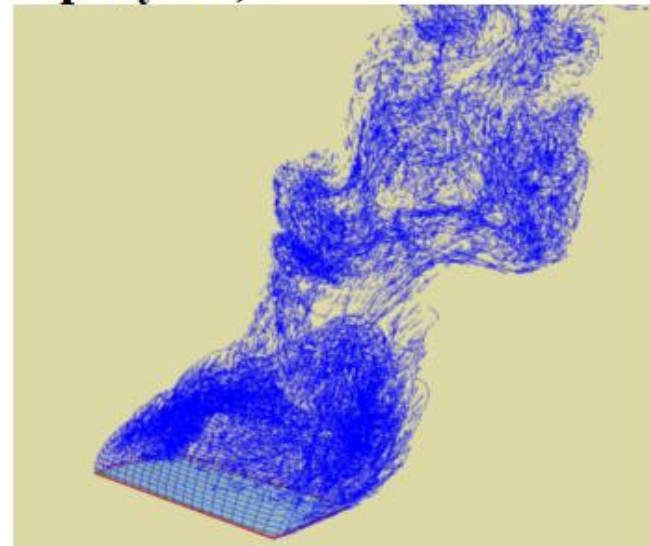
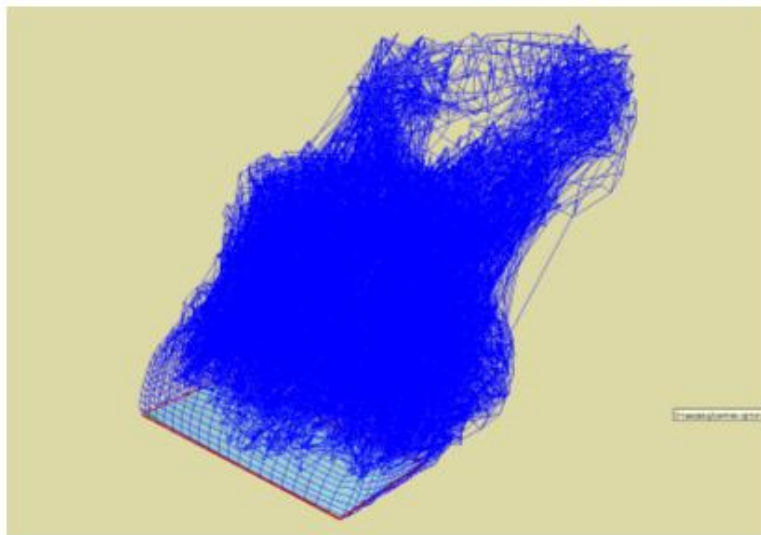
угол атаки	расчет (вихревые рамки)		расчет (вихревые отрезки)	
	$C_y$	$m_z$	$C_y$	$m_z$
5	0.181	-0.042	0.185	-0.044
10	0.402	-0.1	0.403	-0.101
15	0.65	-0.174	0.65	-0.174
20	0.886	-0.253	0.886	0.253
25	1.1	-0.34	1.098	-0.339
30	1.35	-0.434	1.347	-0.433
35	1.604	-0.53	1.603	-0.53

$\lambda = 2.5$

угол атаки	расчет (вихревые рамки)		расчет (вихревые отрезки)	
	$C_y$	$m_z$	$C_y$	$m_z$
5	0.283	-0.066	0.286	-0.067
10	0.588	-0.143	0.587	-0.143
15	0.829	-0.223	0.828	-0.224
20	1.071	-0.31	1.069	-0.309

# ОБТЕКАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

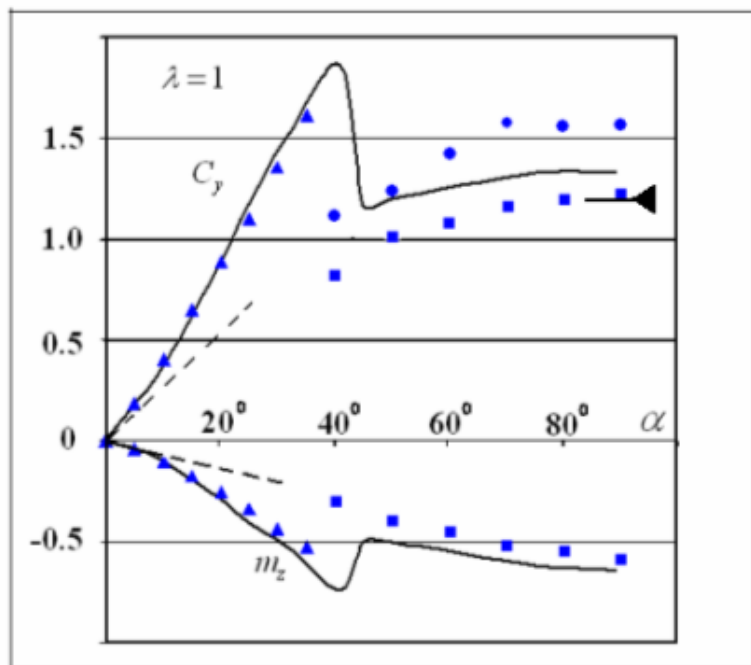
( $\lambda = 2.5$ , угол атаки 70 градусов)



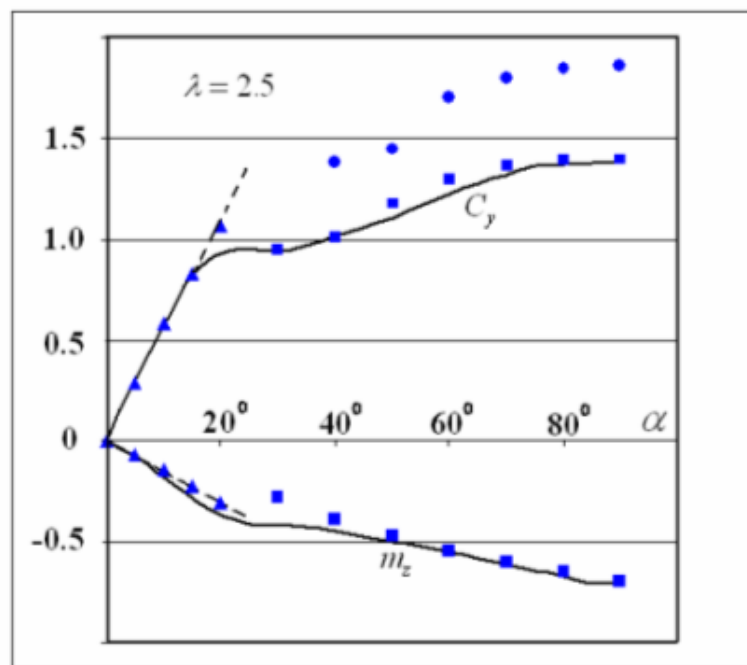
**1 - расчет с вихревой пеленой**

**2 - расчет с изолированными отрезками**

# Аэродинамические характеристики прямоугольного крыла (пластины) в широком диапазоне углов атаки

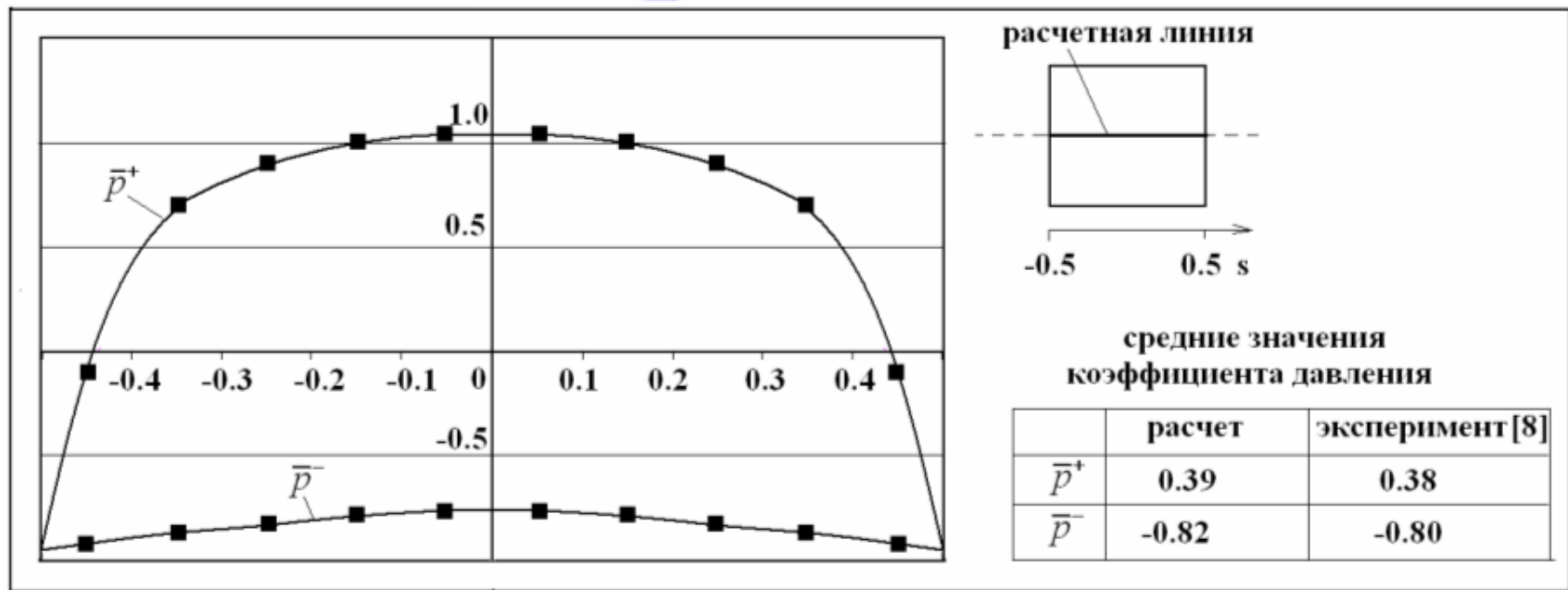
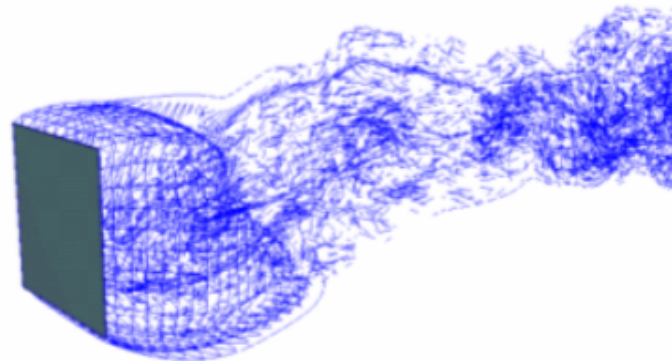


- ▲ — расчет, вихревые отрезки, без отрыва на передней кромке
- — расчет, вихревые отрезки, отрыв со всех кромок
- — линейная теория



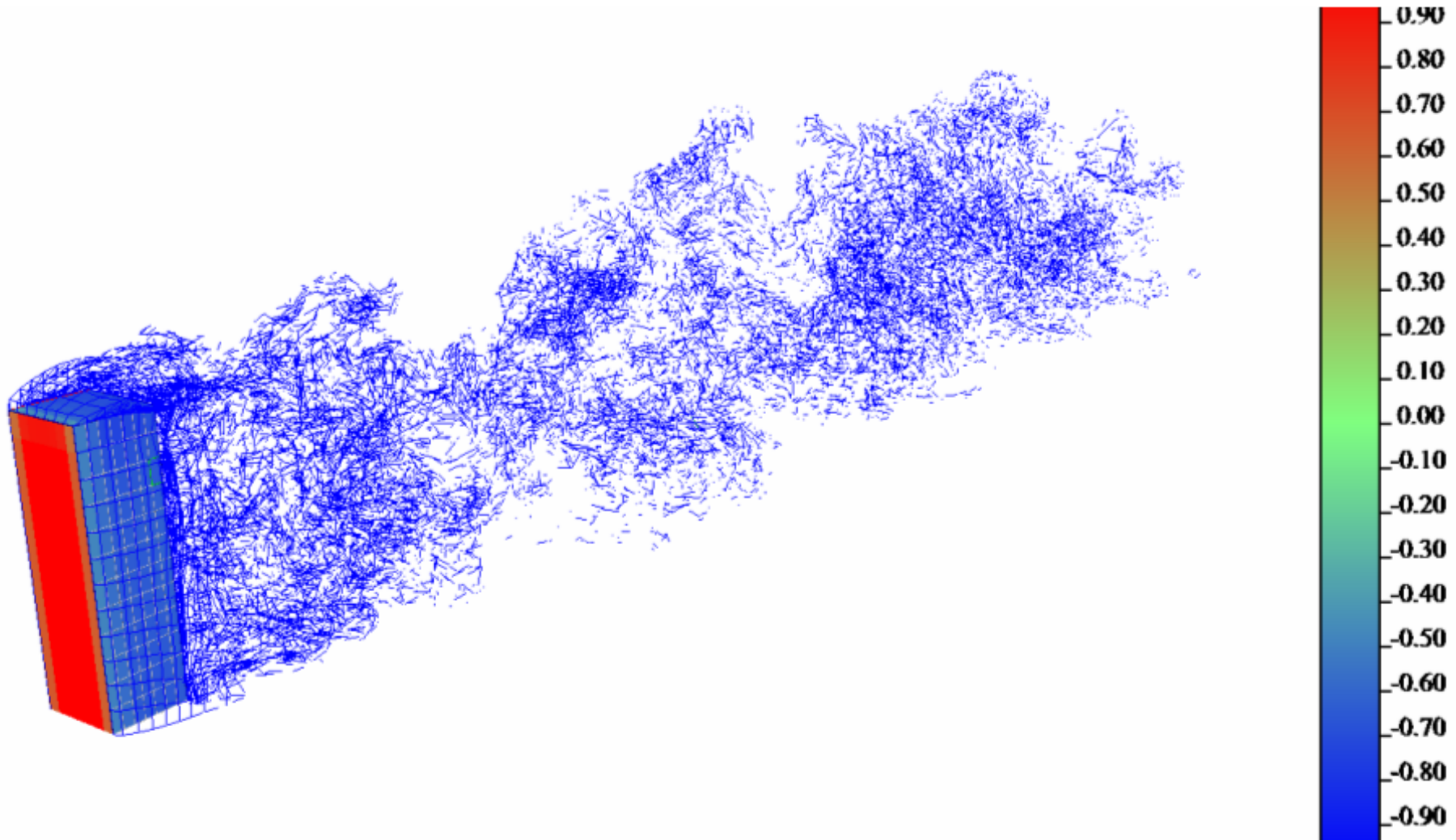
- — расчет, вихревые рамки, отрыв со всех кромок
- — расчет, вихревые отрезки, отрыв со всех кромок
- — эксперимент Табачников (ЦАГИ)
- ▲ — эксперимент Г.А.Савицкий. Ветровая нагрузка на сооружения

# ОБТЕКАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ( $\lambda = 1, \alpha = 90^\circ$ )



экспериментальные данные из: Савицкий Г.А., Ветровая нагрузка на сооружения. – М.: Изд-во литературы по строительству. 1972. 111с.

# ОБТЕКАНИЕ ЗДАНИЯ В ФОРМЕ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА



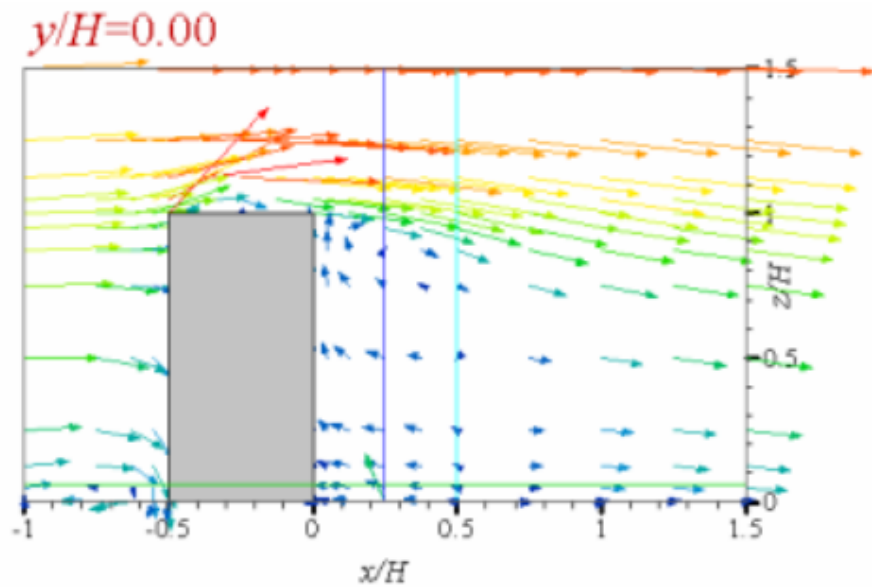
приведено распределение коэффициента давления

## Значения коэффициента давления в опорных точках на поверхности здания

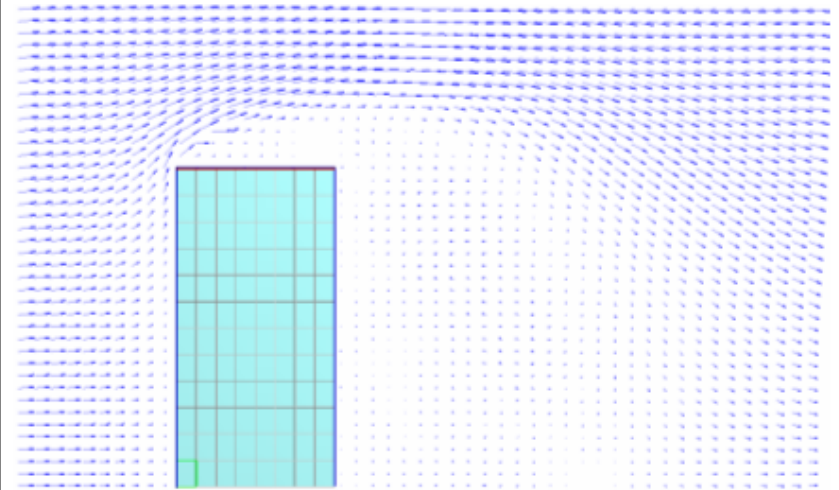
		Значения коэффициента давления		
		Точка	$C_p$ расчет	$C_p$ эксперимент*
Передняя стенка	1	1.04	0.95	
	2	1.07	1.00	
	3	1.08	1.02	
	4	1.08	1.02	
Левая стенка	5	-0.68	-0.76	
	6	-0.63	-0.75	
	7	-0.62	-0.71	
	8	-0.62	-0.69	
Правая стенка	13	-0.68	-0.76	
	14	-0.63	-0.75	
	15	-0.62	-0.71	
	16	-0.62	-0.69	
Задняя стенка	8	-0.72	-0.78	
	10	-0.67	-0.70	
	11	-0.62	-0.60	
	12	-0.60	-0.54	

\* - эксперимент НИИ механики МГУ

# СРАВНЕНИЕ ПОЛЕЙ СКОРОСТЕЙ



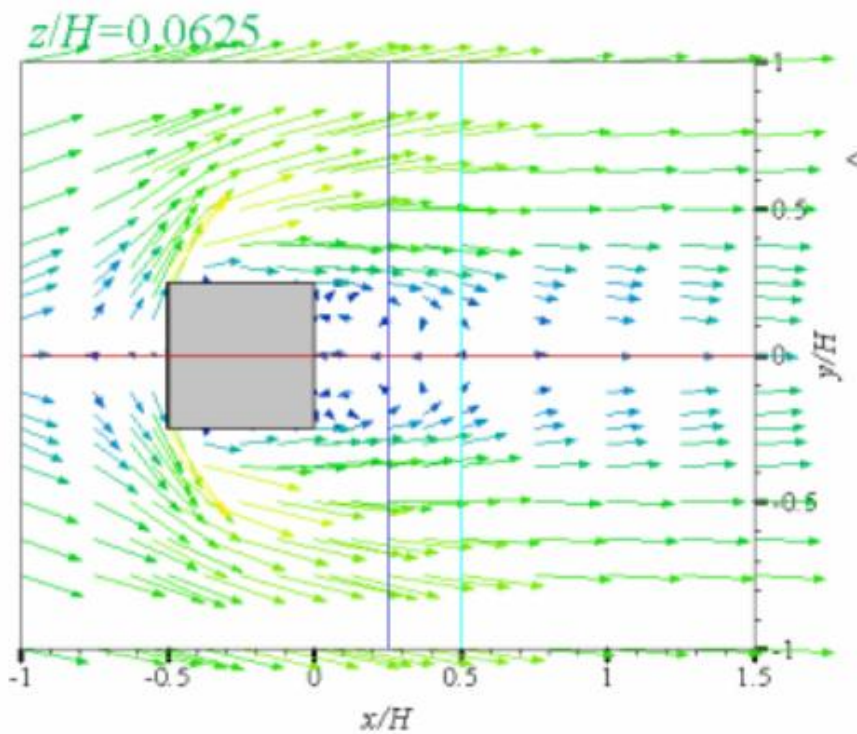
**Эксперимент**



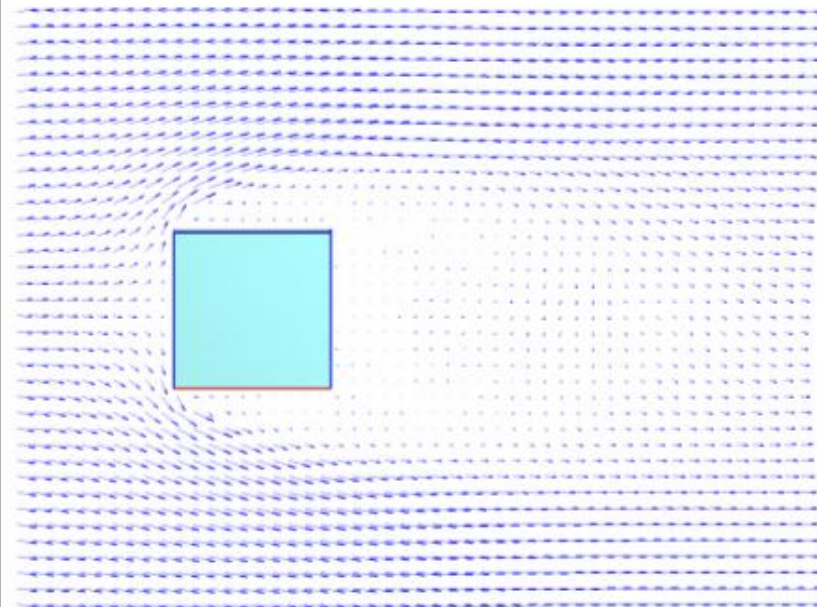
**Расчет**

**Эксперимент - Tokyo Polytechnic University**





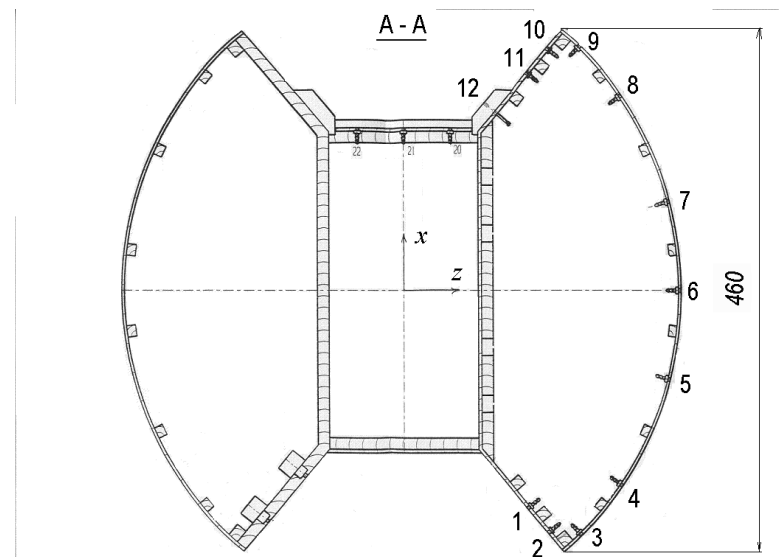
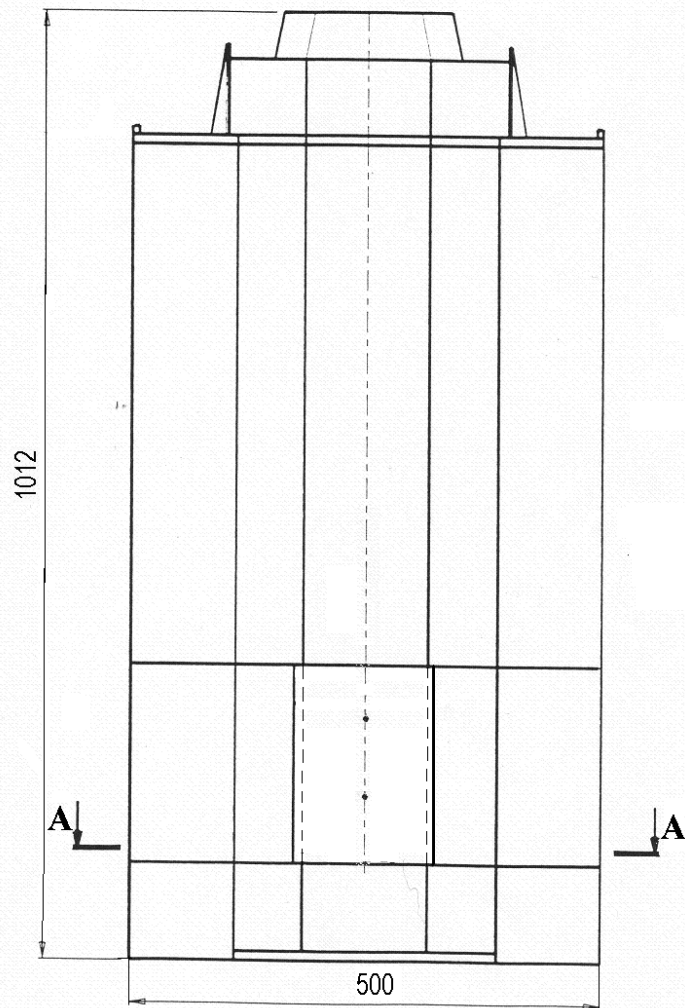
**Эксперимент**



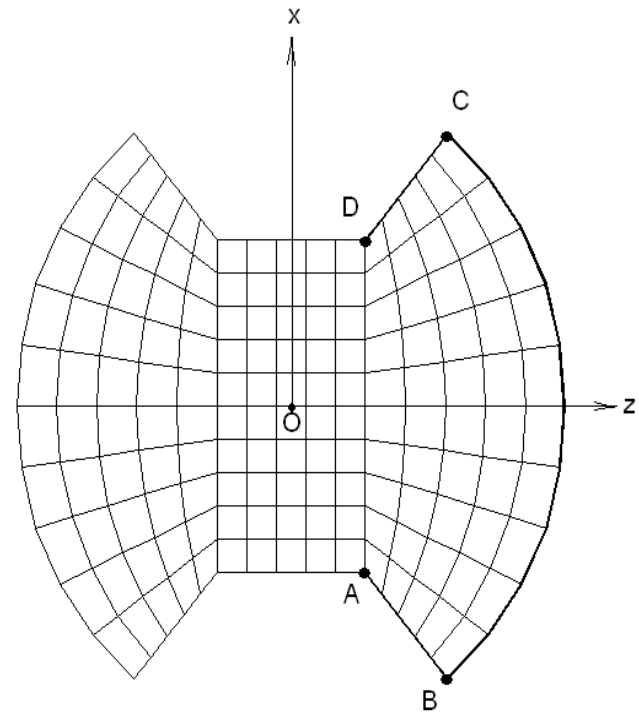
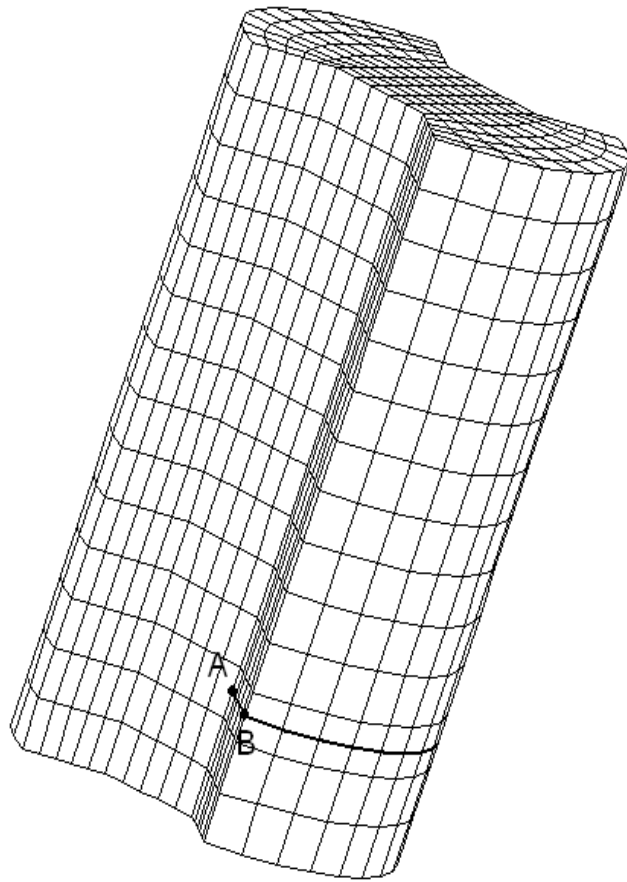
**Расчет**

**Эксперимент - Tokyo Polytechnic University**

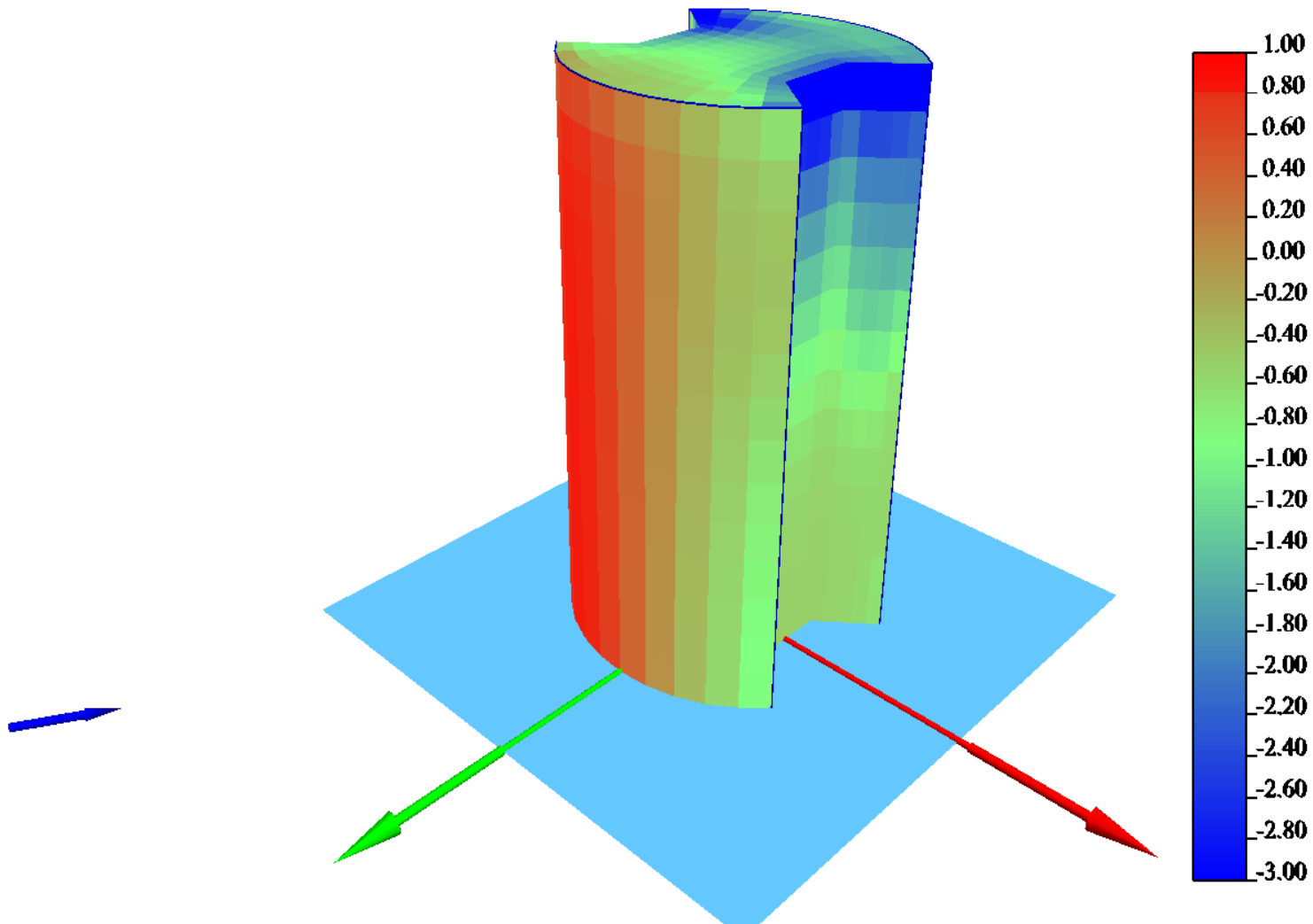
# ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК НА ЗДАНИИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ



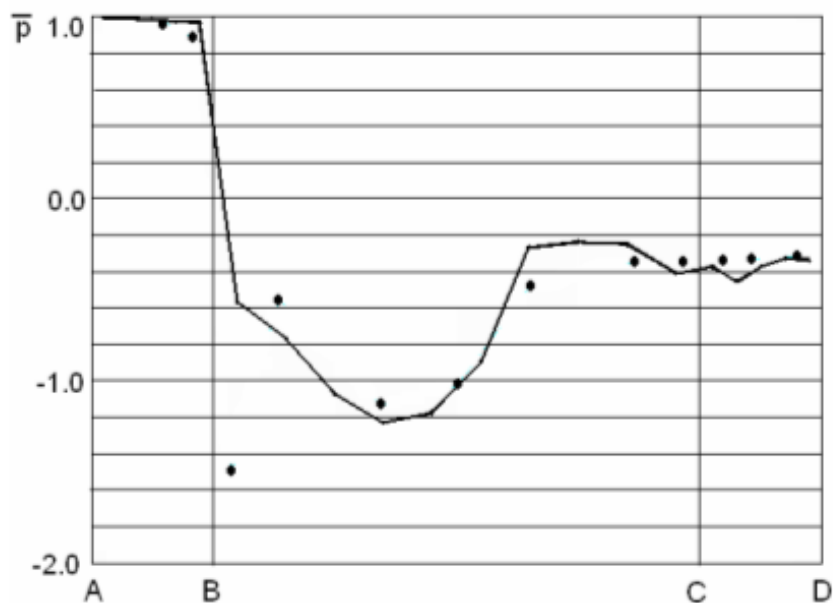
# Численная схематизация здания



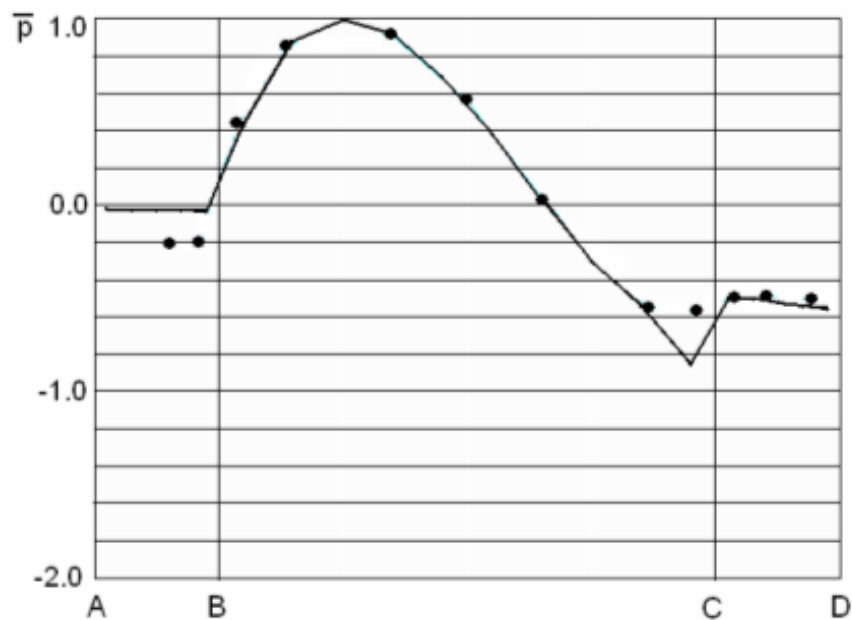
# Распределение коэффициента давления



## Распределение коэффициента давления в сечении A-A.



$\beta = 0^\circ$



$\beta = 300^\circ$

линия-расчет, точки- эксперимент (Стрелков К.С., Комаров М.С., Мулов Ю.М., Невежина Т.П. Научно-технический отчет НТО СЦ «ЦАГИ-ТЕСТ» 1998г.)



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ВНУТРИ ВИХРЕВОЙ ЗОНЫ

## Обтекание модели двух зданий

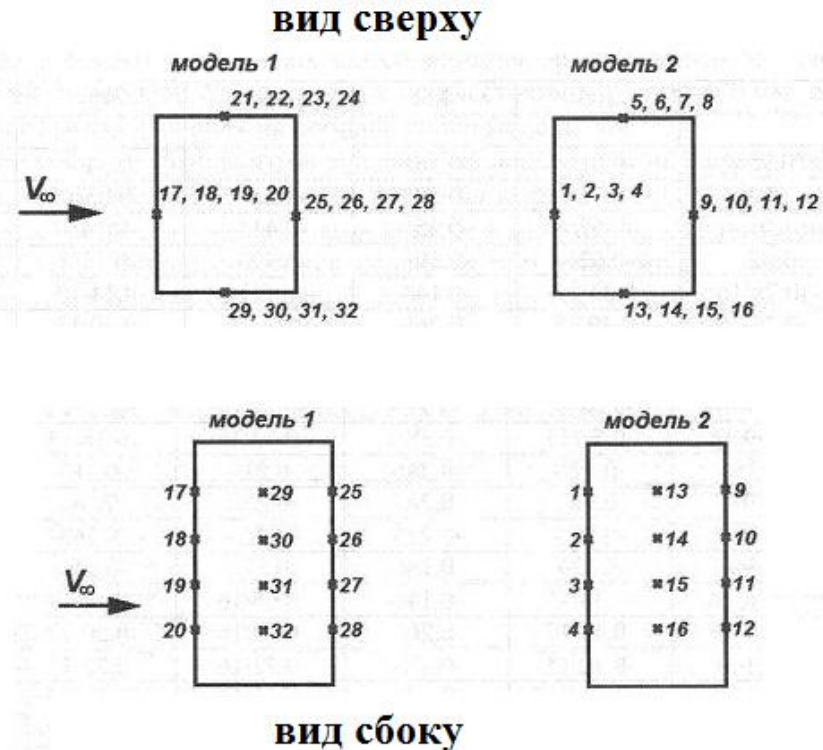
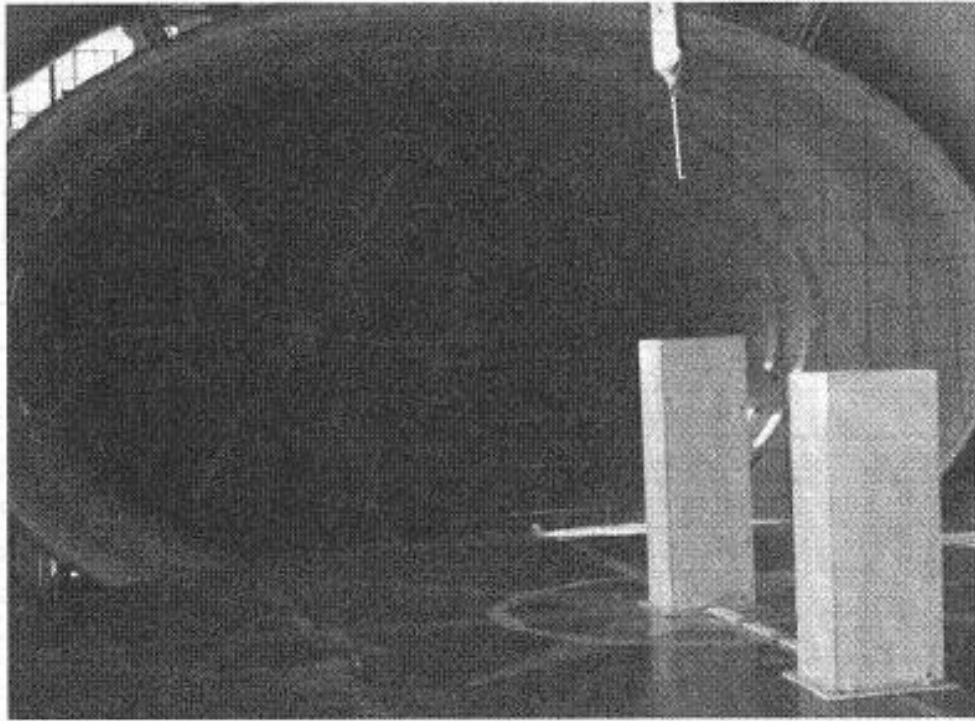
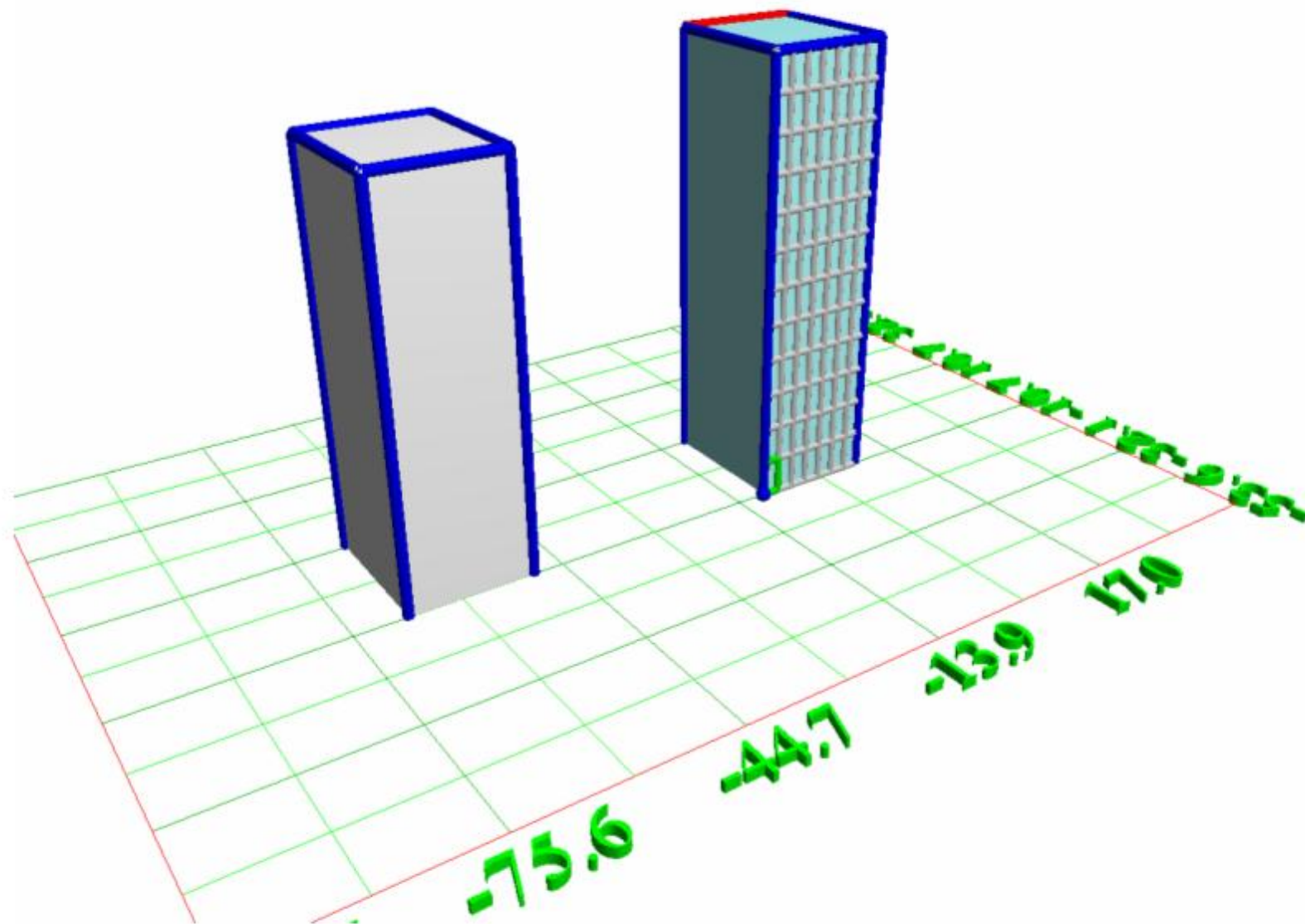


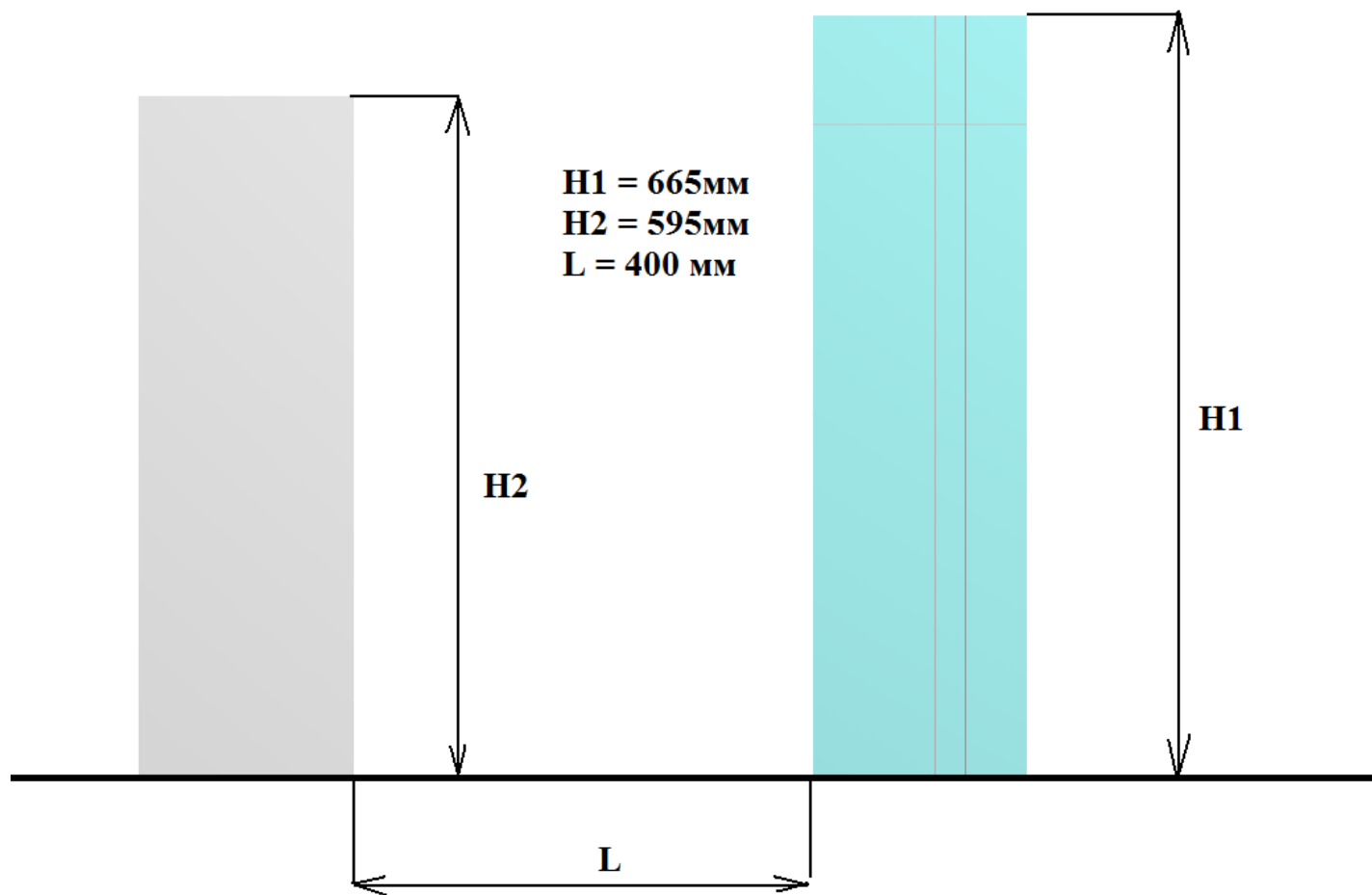
Рис. 3 Общий вид модели зданий в аэро динамической трубе

# Расчетная схематизация

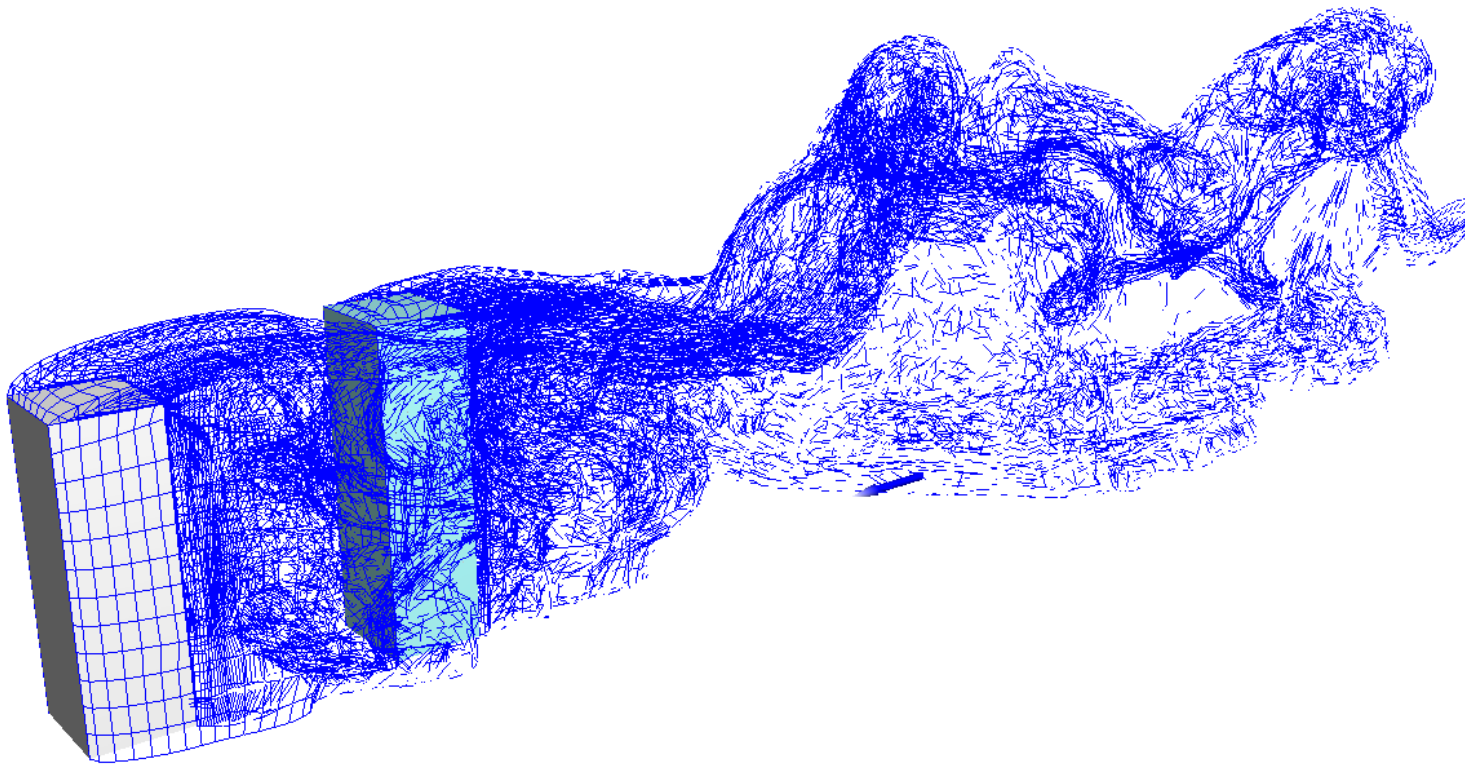




# Размеры модели



# Вихревой след



## Распределение давления

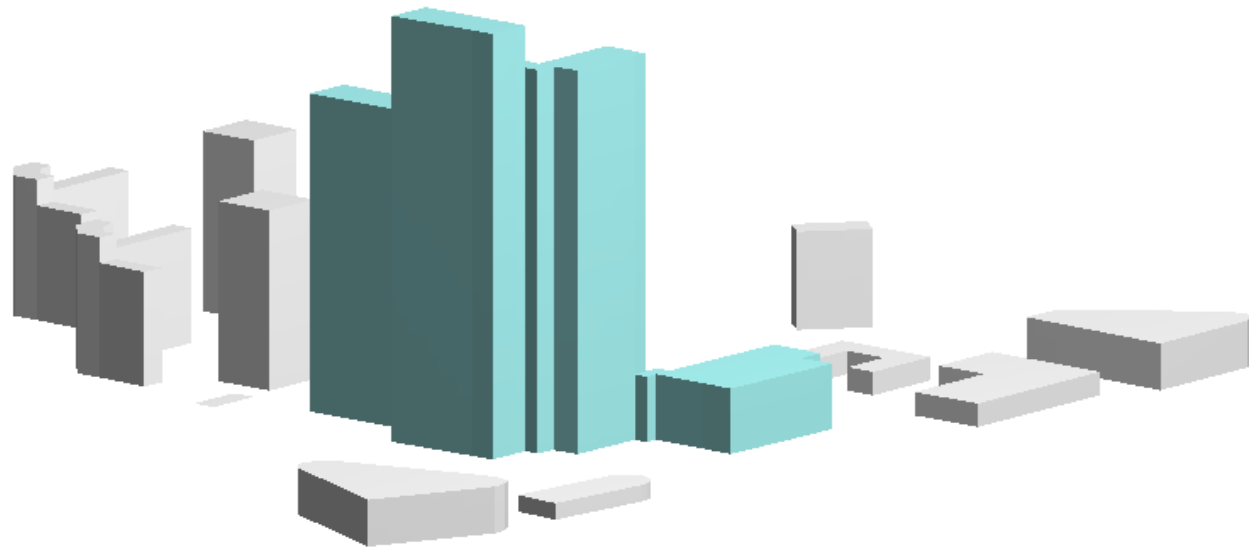
Переднее здание				Заднее здание			
	Точка	$C_p$ расчет	$C_p$ эксперимент*		Точка	$C_p$ расчет	$C_p$ эксперимент*
Передняя стенка	17	1,03	0,95	Передняя стенка	1	-0,34	-0,28
	18	1,06	1		2	-0,45	-0,53
	19	1,07	1,02		3	-0,5	-0,65
	20	1,07	1,02		4	-0,52	-0,59
Левая стенка	21	-0,47	-0,64	Левая стенка	5	-0,08	-0,14
	22	-0,50	-0,62		6	-0,12	-0,26
	23	-0,53	-0,58		7	-0,21	-0,37
	24	-0,55	-0,57		8	-0,35	-0,38
Правая стенка	29	-0,47	-0,64	Правая стенка	8	-0,08	-0,14
	30	-0,50	-0,62		10	-0,12	-0,26
	31	-0,53	-0,58		11	-0,21	-0,37
	32	-0,55	-0,57		12	-0,35	-0,38
Задняя стенка	25	-0,51	-0,62	Задняя стенка	13	-0,2	-0,24
	26	-0,47	-0,57		14	-0,55	-0,24
	27	-0,46	-0,51		15	-0,69	-0,22
	28	-0,51	-0,46		16	-0,53	-0,18

\* - эксперимент НИИ механики МГУ

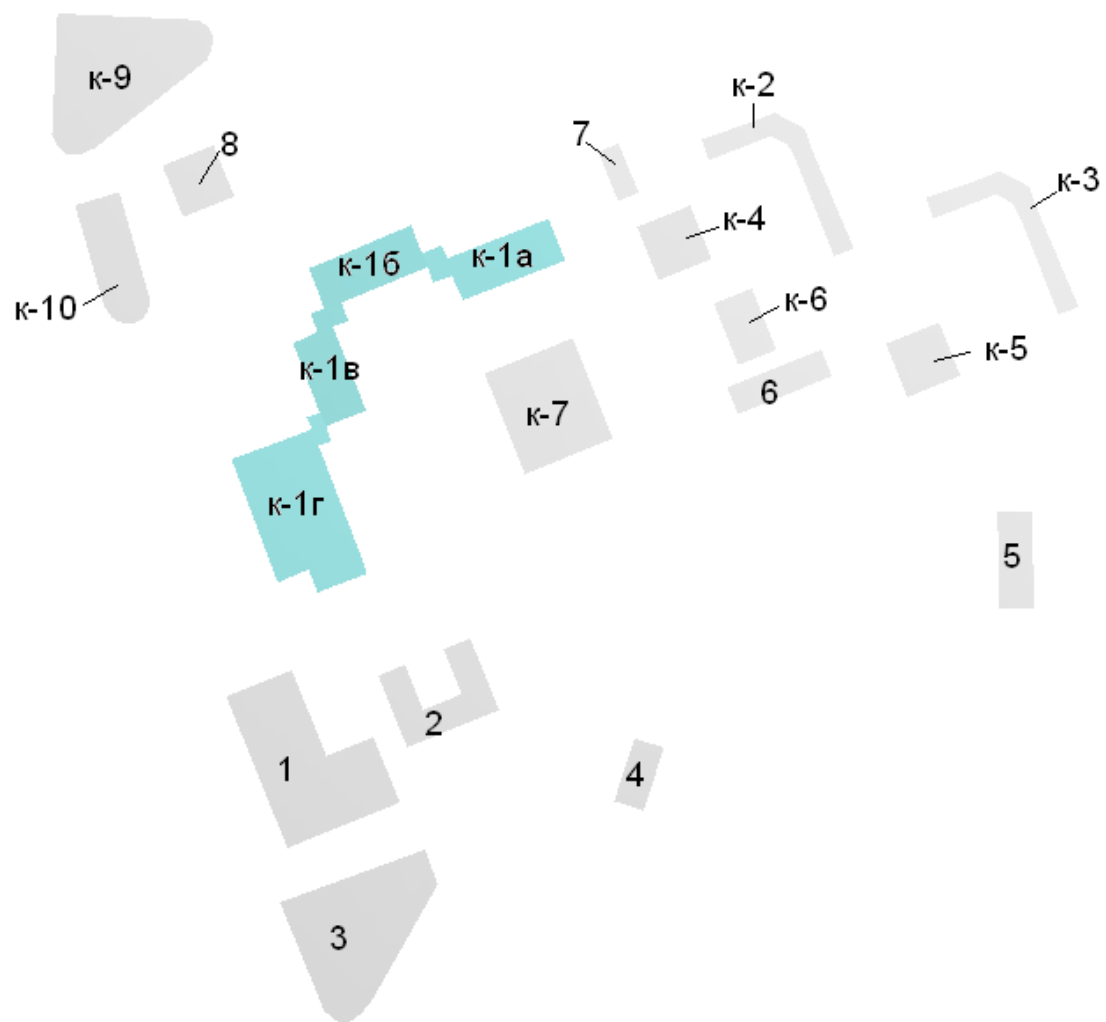


# **ПРИМЕРЫ НЕБЛАГОПРИЯТНЫХ ВЕТРОВЫХ СИТУАЦИЙ**

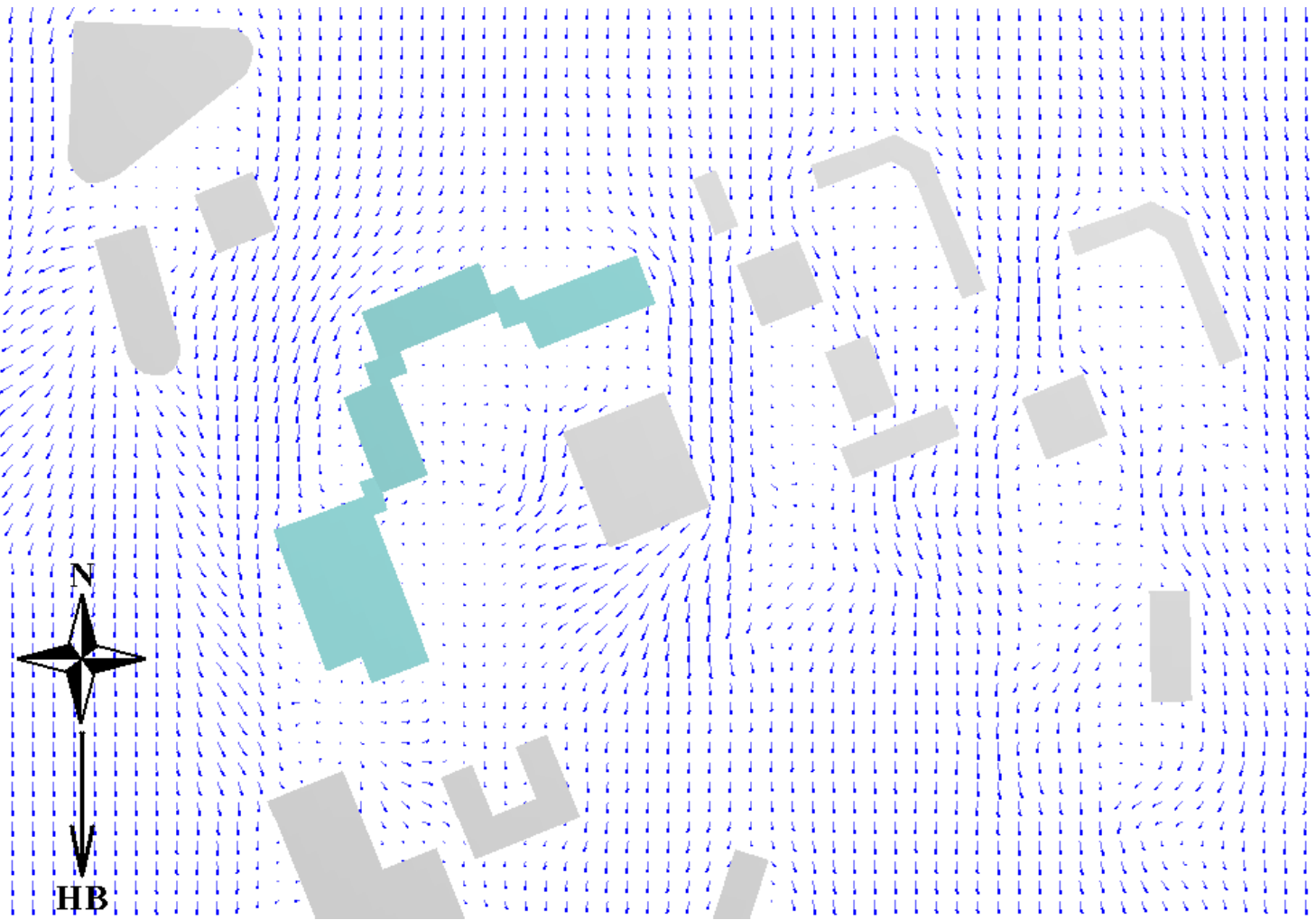
# Застойные зоны (Эффект огороженной территории)



**Общий вид застройки**

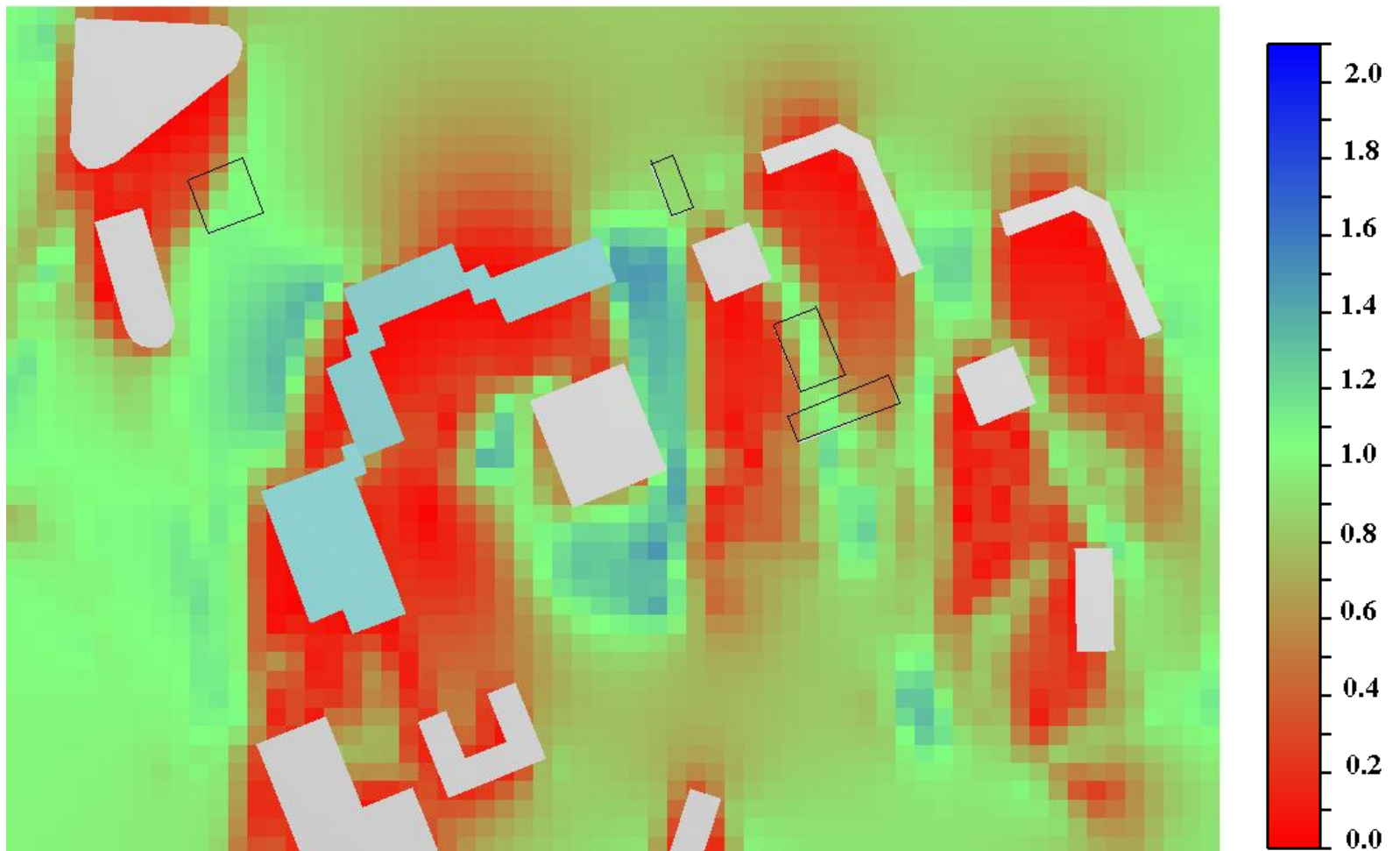


**Вид сверху**

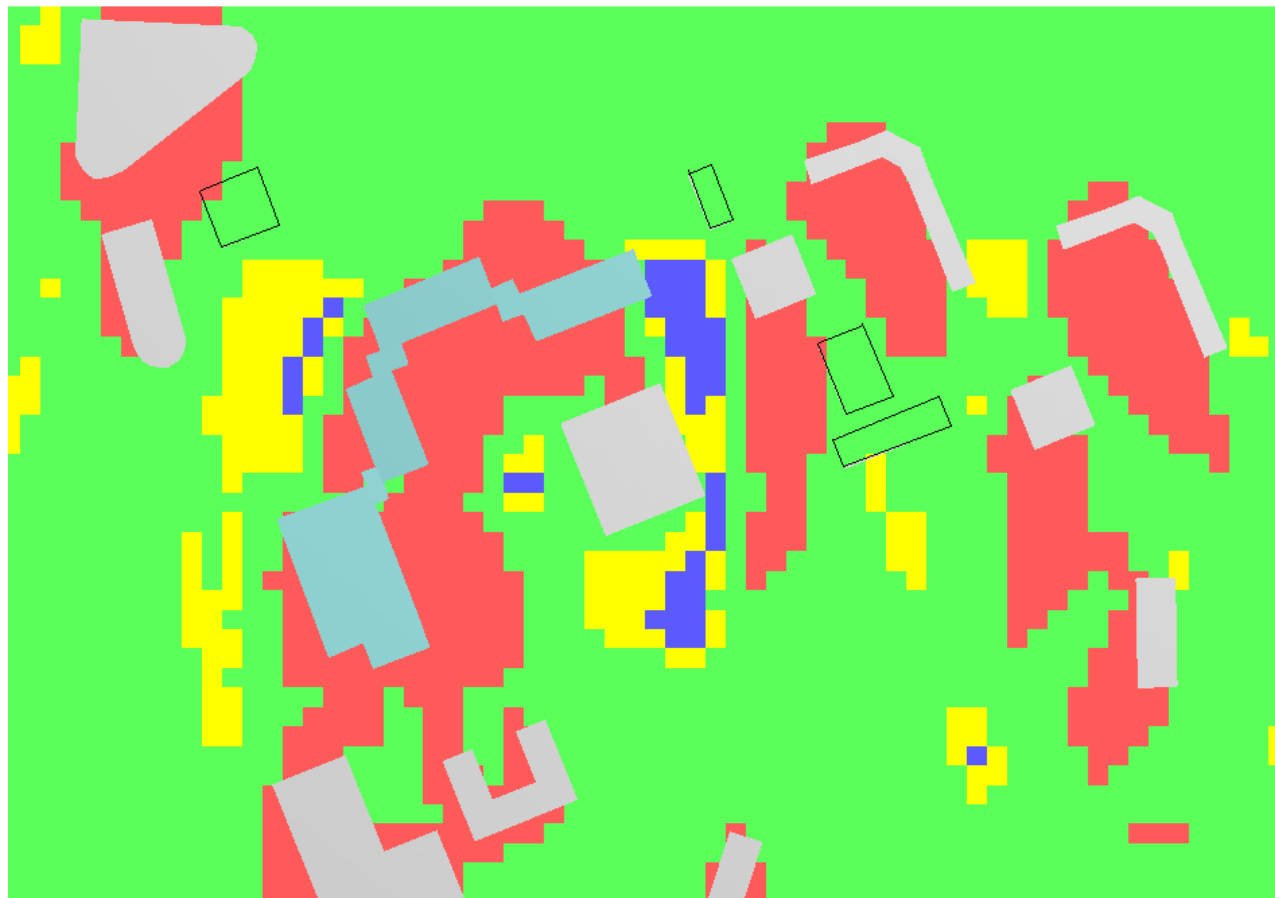


**Поле скоростей у земли**





**Распределение скоростей у земли**



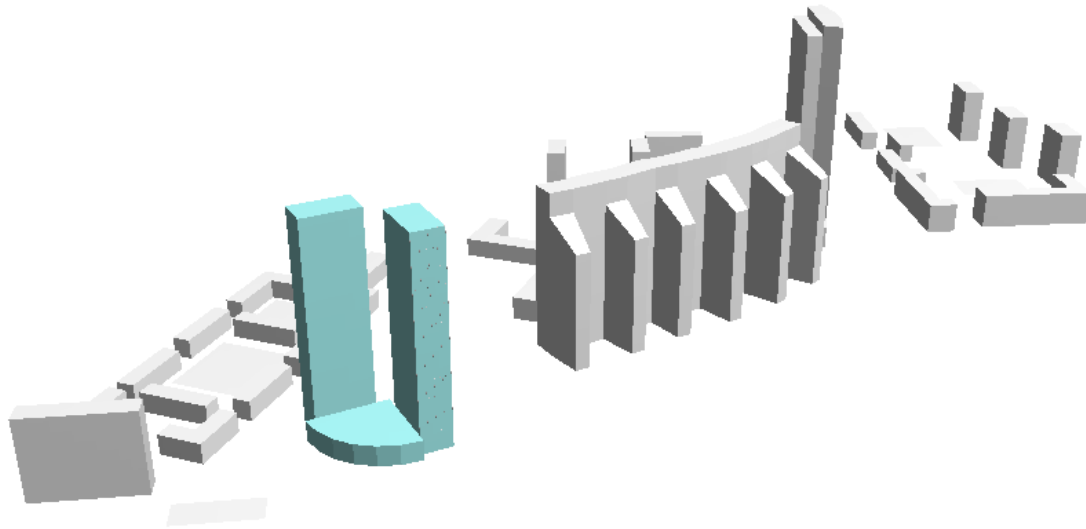
- -  $\bar{V} < 0.4$
- -  $0.4 \leq \bar{V} \leq 1.1$
- -  $-1.1 < \bar{V} \leq 1.3$
- -  $\bar{V} > 1.3$

$$\bar{V} = V/V_{\infty}$$

$V$  - местная скорость воздуха  
 $V_{\infty}$  - фоновая скорость ветра (скорость невозмущенного ветра)

## Аэрационные зоны

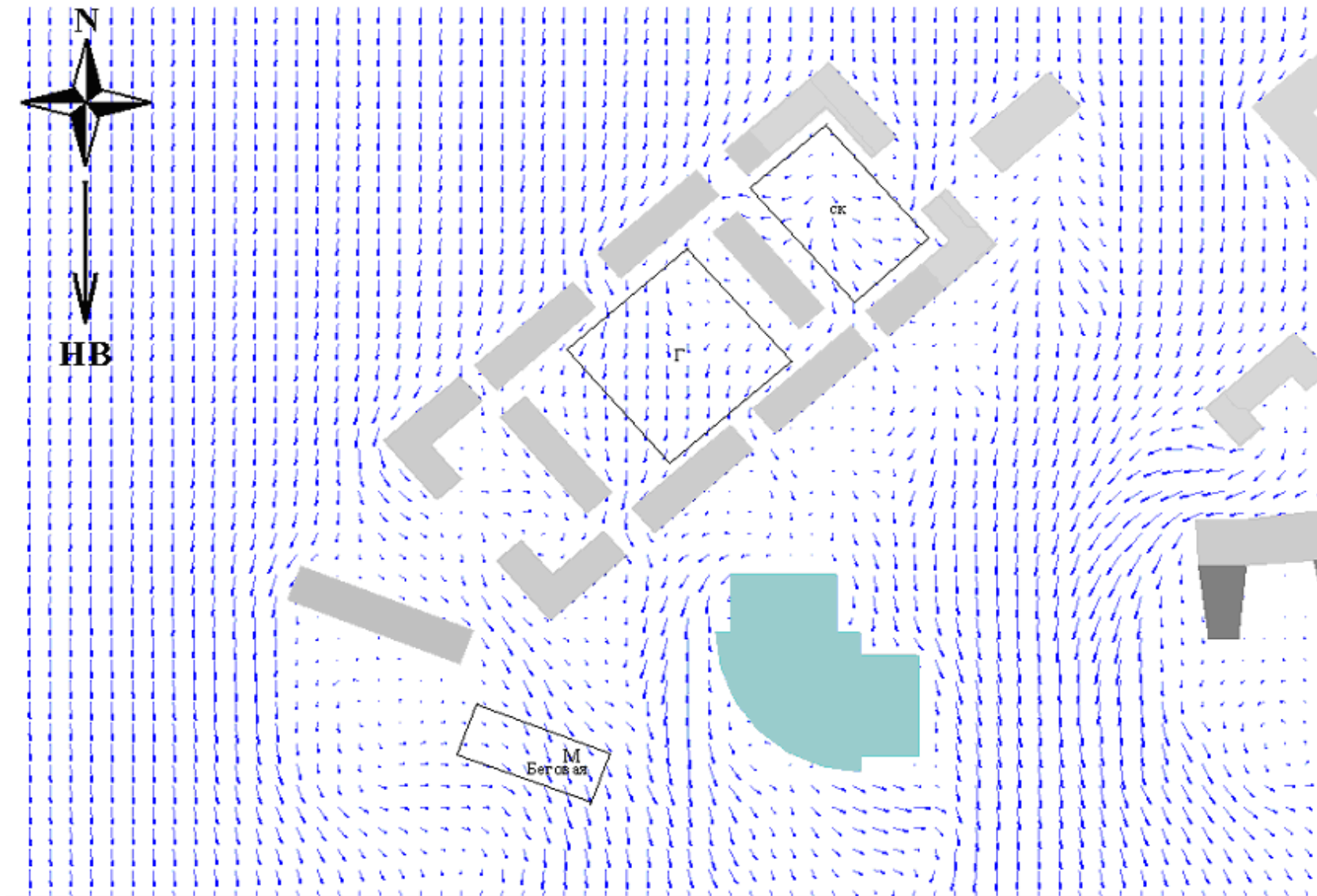
# Ускорение потока за счет интерференции между различными зданиями



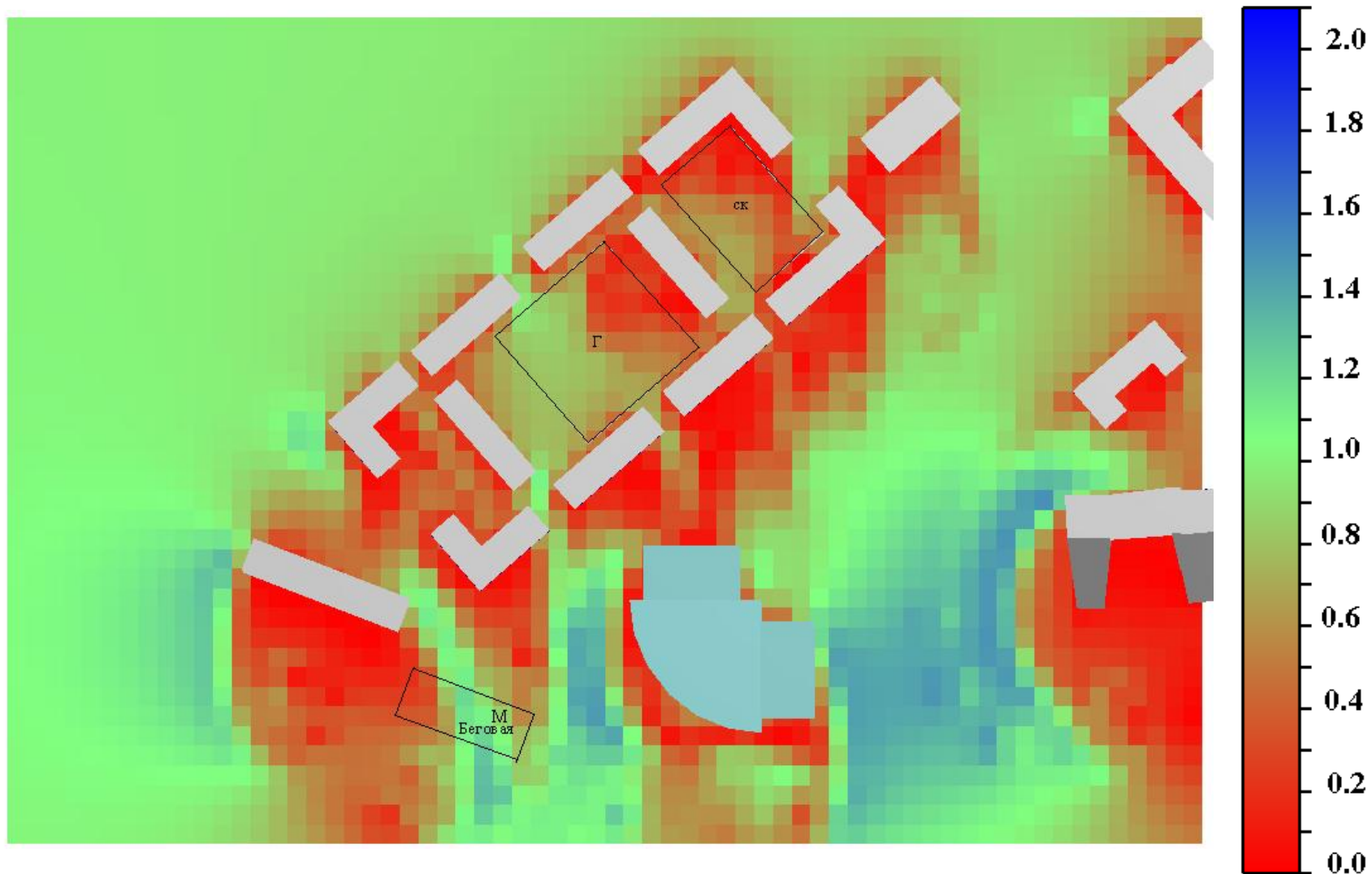
**Общий вид застройки**



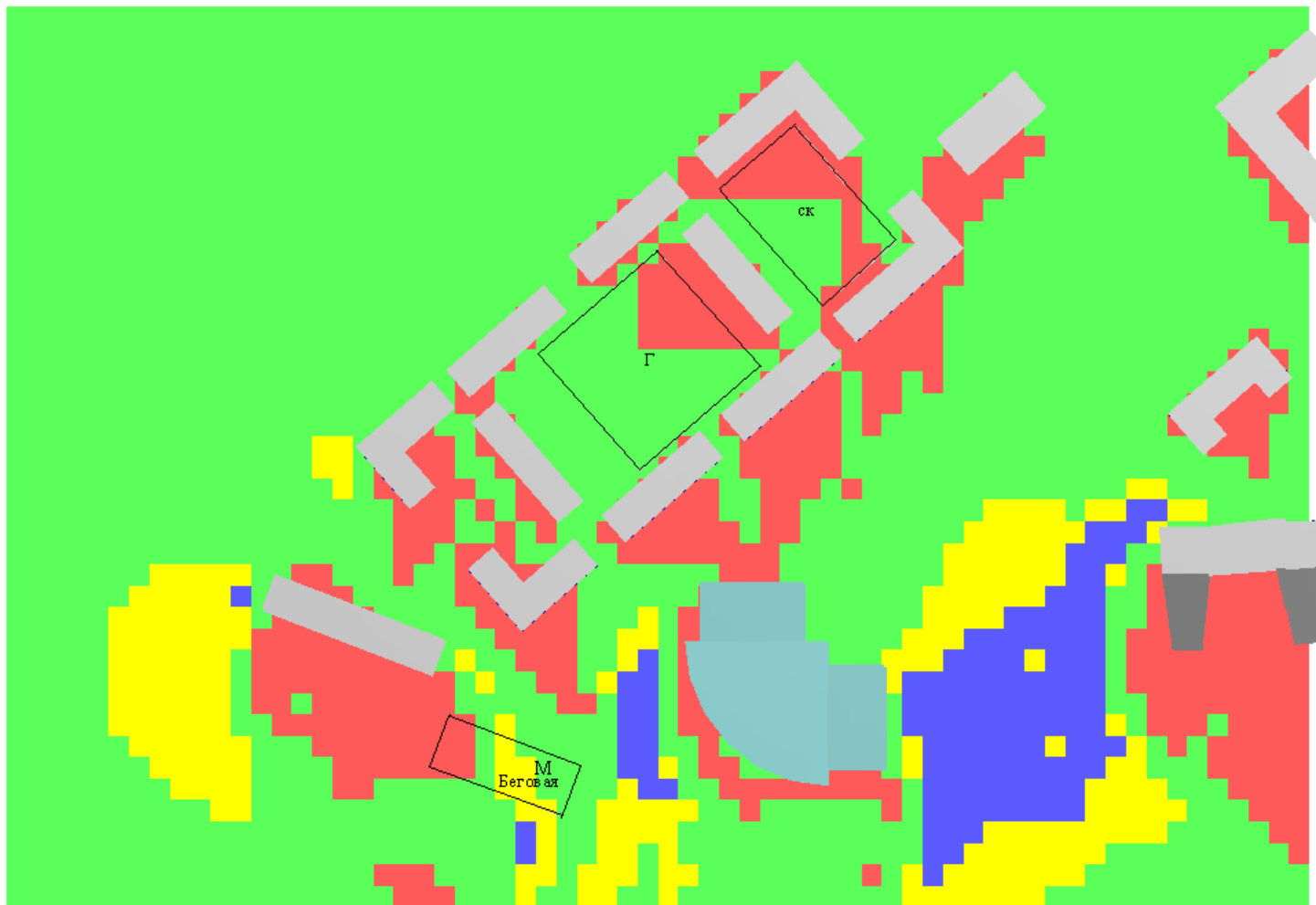
**Вид сверху**



**Поле скоростей у земли**



**Распределение скоростей у земли**



- |   |   |
|---|---|
| <span style="color: red;">■</span> - $\bar{V} < 0.4$              | <span style="color: green;">■</span> - $-0.4 \leq \bar{V} \leq 1.1$ |
| <span style="color: yellow;">■</span> - $-1.1 < \bar{V} \leq 1.3$ | <span style="color: blue;">■</span> - $\bar{V} > 1.3$               |

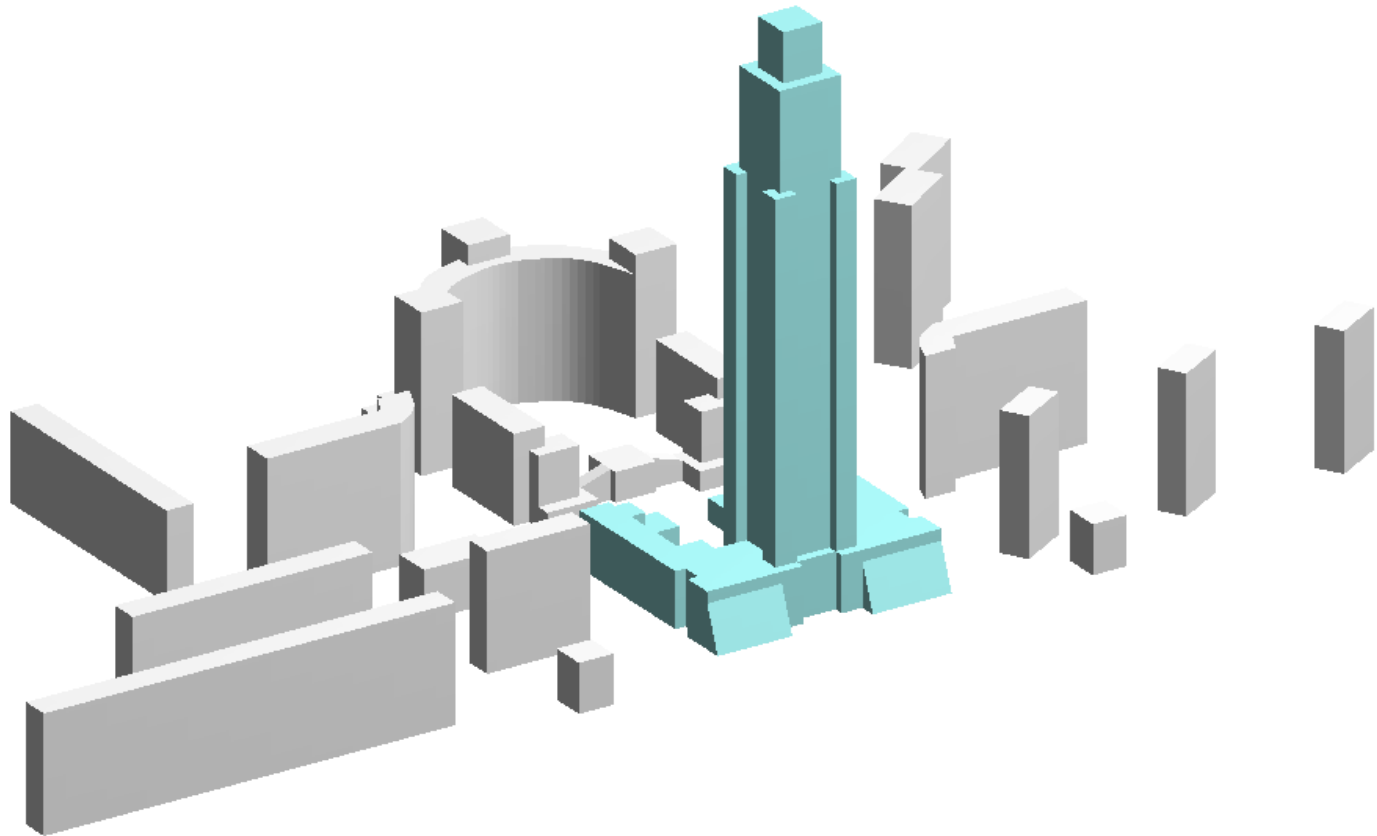
$$\bar{V} = V/V_{\infty}$$

$V$  - местная скорость воздуха

$V_{\infty}$  - фоновая скорость ветра (скорость невозмущенного ветра)

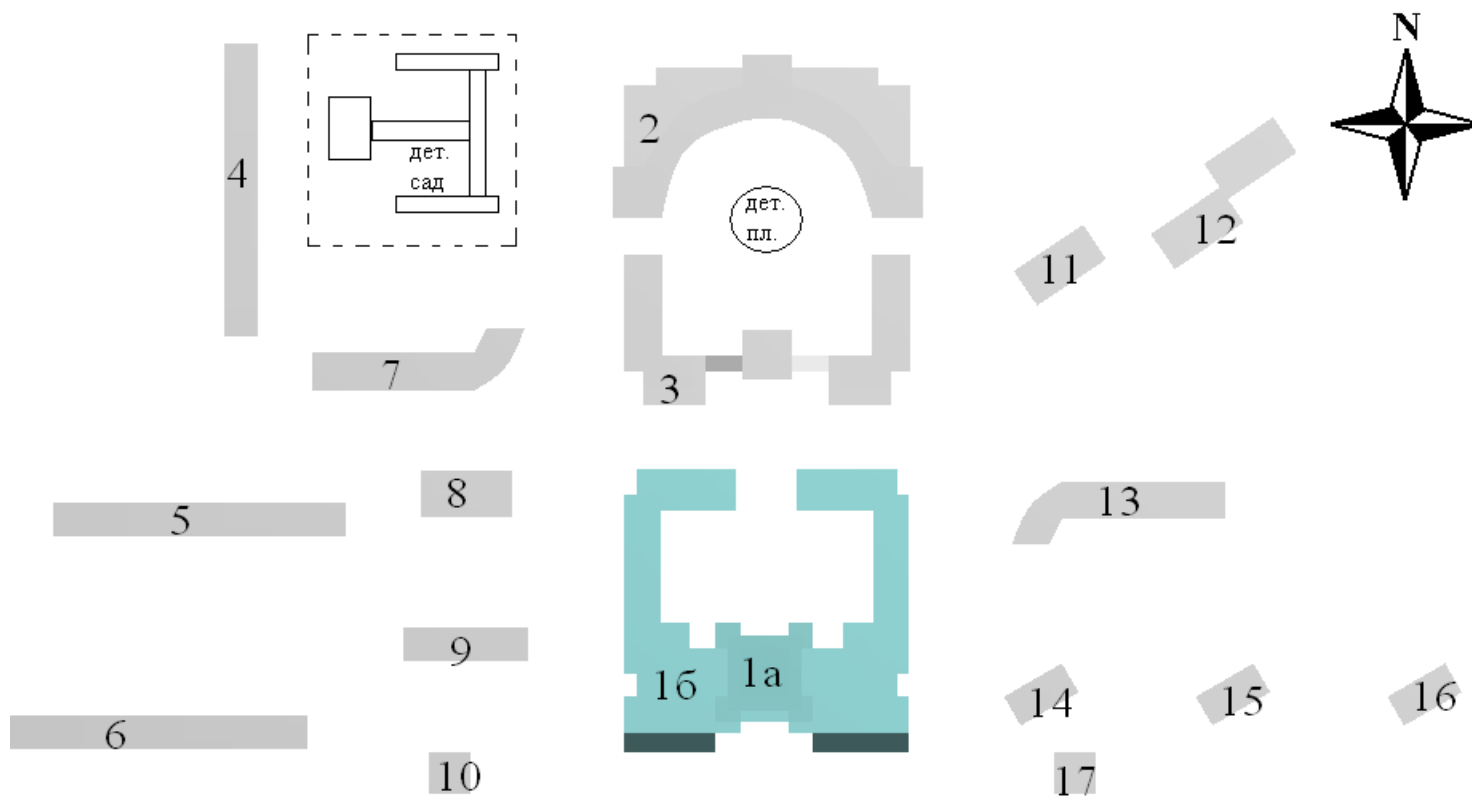
## Аэрационные зоны

# Ускорение потока за счет интерференции между частями одного здания

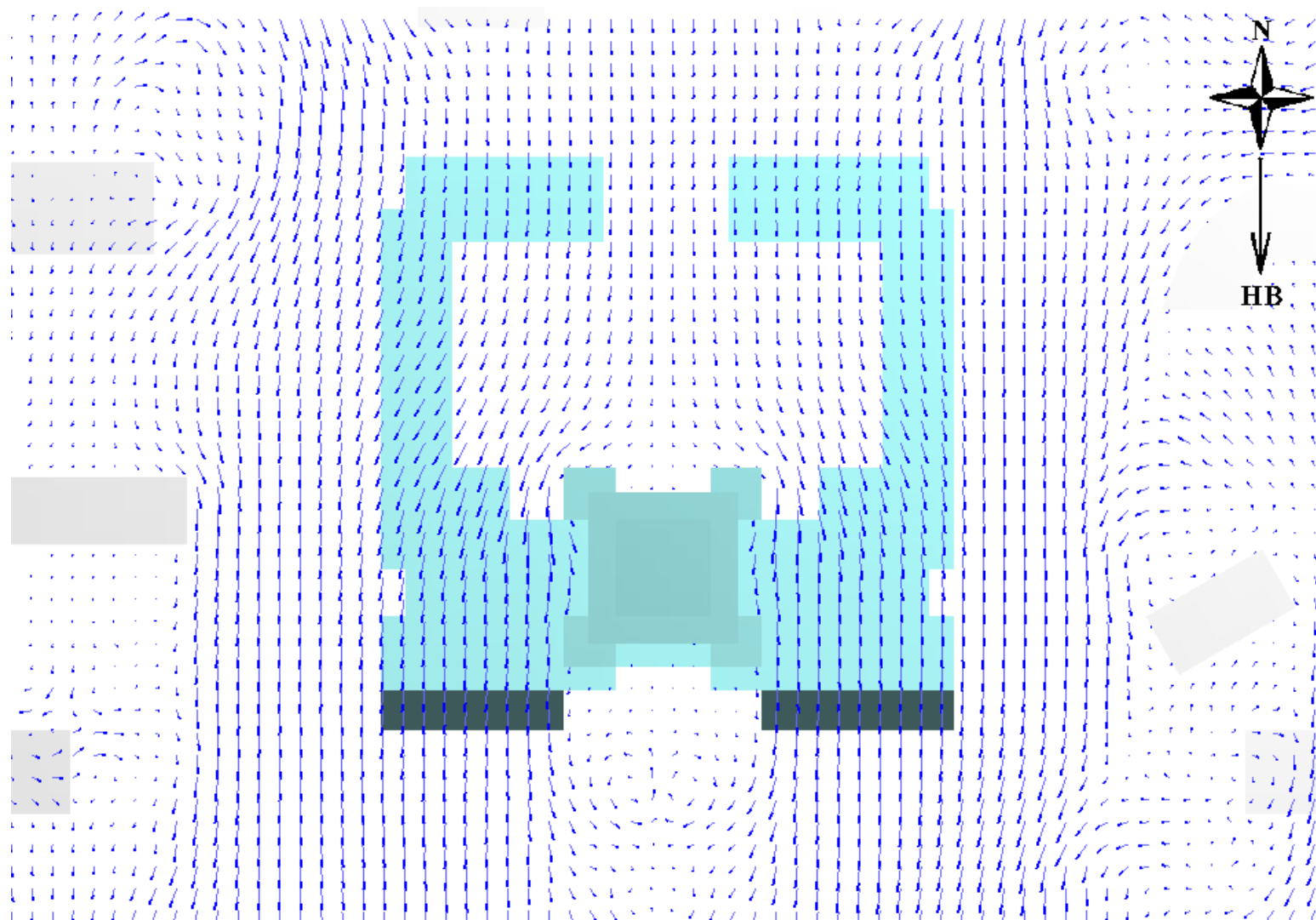


**Общий вид застройки**

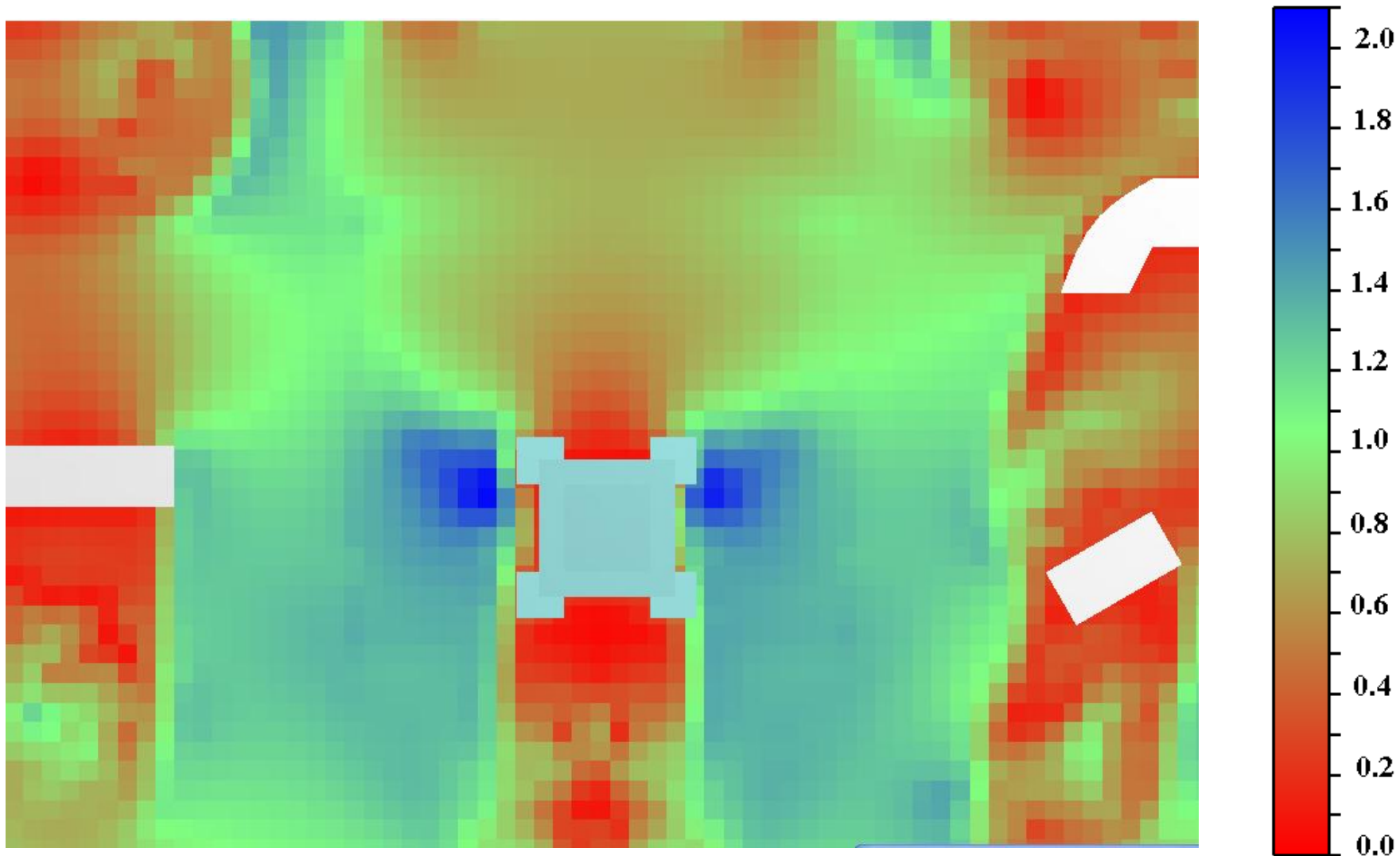




**Вид сверху**



**Поле скоростей над стилобатом**



**Распределение скоростей над стилобатом**



- -  $\bar{V} < 0.4$
- -  $-0.4 \leq \bar{V} \leq 1.1$
- -  $-1.1 < \bar{V} \leq 1.3$
- -  $\bar{V} > 1.3$

$$\bar{V} = V/V_{\infty}$$

$V$  - местная скорость воздуха  
 $V_{\infty}$  - фоновая скорость ветра (скорость невозмущенного ветра)

## Аэрационные зоны

- **СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**