Семинар «Вычислительные и информационные технологии в математике»
под руководством
проф. В.И. Лебедева, чл.-корр. РАН Е.Е. Тыртышникова, д.ф.-м.н Ю.М. Нечепуренко
2 июня

Методы тензорных разложений и их применение

(Основные результаты докторской диссертации)

И.В. Оселедец (Институт вычислительной математики РАН)

В различных задачах естественным образом возникают массивы (тензоры), элементы которых $a(i_1, ..., i_d)$ определяются d индексами, принимающими n значений. Общее число элементов равно n^d, экспоненциальный рост по d известен как «проклятие размерности». Уже при $d \geq 5$ вычисления с тензорами возможны только в тех случаях, когда для них существуют специальные разложения или аппроксимации с существенно меньшим числом параметров, чем n^d. По аналогии со скелетным разложением матриц обычно рассматривают так называемое *каноническое разложение*

$$a(i_1, ..., i_d) = \sum_{s=1}^{R} u_1(i_1, s)...u_d(i_d, s),$$

с общим числом параметров dRn. Довольно часто оказывается, что $R = o(n)$ или вообще не зависит от n. Но даже в этих случаях R может зависеть от d экспоненциально. Поэтому для преодоления «проклятия размерности» необходимо искать какие-то другие разложения.

Такое разложение (ТТ-разложение) было получено автором, и оно позволяет эффективно работать с многомерными массивами и реализовывать все базовые операции. Разложение может быть получено с помощью последовательных сингулярных разложений матриц-развёрток, т.е. является устойчивым и вычислимым. Построены и обоснованы все базовые алгоритмы линейной алгебры в ТТ формате. Разработан единый подход для решения для первый взгляд совершенно несвязанных задач:

1. Численные методы решения уравнений в пространствах большой размерности.

2. Численные методы решения уравнений в простраствах малой размености с логарифмической сложностью.

3. Сжатие изображений, массивов изображений и видео.