

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Сушниковой Дарьи Алексеевны «Методы факторизации и решения линейных систем с блочно-малоранговыми матрицами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы исследования.** Диссертация посвящена блочно-малоранговым матрицам и прямым методам решения линейных систем с такими матрицами, основанным на факторизациях. Интерес к блочно-малоранговым матрицам обоснован тем, что они возникают в различных физических задачах: например, в задачах электростатики, аэро- и гидродинамики, задаче многих тел и др. Быстрая процедура умножения матрицы на вектор для таких матриц позволяет эффективно применять к решению систем с ними итерационные методы. Однако в случае плохой обусловленности, когда требуется решить систему прямым методом или приближенно, для построения предобуславливателя матрицы в малопараметрическом представлении такой подход приводит к значительным трудностям. Поэтому разработка методов прямого решения и приближенной факторизации систем с блочно-малоранговыми матрицами в малопараметрическом формате является актуальной и практически важной задачей.

**Содержание работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. В главе 1 приводится обзор задач математического моделирования, которые эффективно решаются при помощи блочно-малоранговых методов, а также приводятся



предварительные сведения об иерархических блочно-малоранговых матрицах.

**Глава 2** содержит разработанный автором диссертации метод приближенной факторизации разреженных матриц и оценку сложности предложенного алгоритма на основе анализа графа разреженности исходной матрицы.

В **главе 3** автором предложены два метода приведения  $H_2$ -матрицы к разреженному виду: расширенный, в котором размер полученной разреженной матрицы больше размера исходной  $H_2$ -матрицы, и нерасширенный, в котором размер разреженной и  $H_2$ -матриц совпадает. Для нерасширенного метода приводится доказательство разреженности полученной факторизации.

**Глава 4** посвящена описанию программного кода, реализующего алгоритмы, приведённые в главах 2 и 3. Также в этой главе приводится сравнение предложенных автором программ с другими методами решения линейных систем для ряда задач.

**Глава 5** посвящена применению блочно-малоранговых методов в задачах моделирования коррелированного шума.

**Степень обоснованности научных положений и выводов.** Достоверность результатов диссертационной работы обосновывается использованием в работе строгих математических выводов. Обоснованность выводов, сформулированных в диссертации, подтверждена квалифицированной апробацией на международных и российских научных конференциях и семинарах, а также публикациями результатов исследований в рецензируемых научных изданиях, в том числе, рекомендованных ВАК.



**Научная новизна и практическая значимость.** Автором диссертации предложен новый метод приближенной факторизации разреженных матриц (метод компрессии и исключения), также предложены два метода разреженной факторизации H2-матриц. Предложенный в работе метод приближенной факторизации разреженных матриц может быть использован для приближенного решения, предобуславливания и приближенного вычисления определителя разреженных положительно определённых матриц, в частности, полученных при дискретизации дифференциальных уравнений. Методы приближенной факторизации блочно-малоранговых матриц могут быть применены для приближенного решения и предобуславливания систем с плотными матрицами и для приближенного вычисления определителя плотных матриц в задачах электростатики, аэро- и гидродинамики, а также в прикладной статистике.

В целом, результаты, полученные Сушниковой Д.А., являются новыми, актуальными и практически значимыми.

**Соответствие содержания диссертации специальности.** Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18, в частности, пунктам:

3. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий.
4. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.
5. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.



**Замечания по диссертационной работе.** Можно отметить следующие замечания по существу работы:

1. В главе 2 для иллюстрации метода выбрана неудачная матрица. Блочные строки и столбцы, у которых нет внедиагональных элементов, не несут никакой смысловой нагрузки, а только засоряют рисунок и усложняют понимание алгоритма.
2. В главе 3 не приводится аналитической оценки вычислительной сложности ни для алгоритма расширенной, ни для алгоритма нерасширенной факторизации.
3. В параграфе 3.2.3 раздела о нерасширенной разреженной факторизации недостаточно подробно описан алгоритм построения факторов разреженной факторизации по коэффициентам  $H_2$ -разложения. В частности, не описан алгоритм ортогонализации матриц перехода.
4. В главе 4 в параграфе 4.2.1 для программы, реализующей расширенную разреженную факторизацию, не приводится никакое сравнение с другими методами решения систем с блочно-малоранговыми матрицами. Например, сравнение с методами, приведенными в параграфе 4.2.2, или с предложенным нерасширенным методом.

Прочие замечания:

5. Термин “нерасширенная” следует писать без дефиса.
6. Англицизм “спарсификация” лучше заменить термином “разреженная факторизация”.
7. Подписи осей на графиках следует перевести на русский язык.

**Общая оценка работы.** Отмеченные недостатки носят частный характер и несколько не снижают ценность диссертационной работы. Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.



Считаю, что диссертация Д.А. Сушниковой выполнена на высоком научном уровне и является законченной научно-квалификационной работой, которая соответствует всем требованиям Положения о присуждении учёных степеней, предъявляемым к диссертации на соискание учёной степени кандидата наук, а ее автор Сушникова Дарья Алексеевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

17 сентября 2017 г.

Доктор физико-математических наук,

доцент



/Гасников Александр Владимирович

Адрес электронной почты: [gasnikov@yandex.ru](mailto:gasnikov@yandex.ru)

**Организация – место работы:** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» (МФТИ)

**Структурное подразделение:** кафедра математических основ управления

**Должность:** доцент

**Почтовый адрес:** 141701, Российская Федерация, Московская область, г.

Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел.: +7 (495) 408-72-90

**Web-сайт организации:** <https://mipt.ru/>

Подпись Гасникова А.В. удостоверяю.

Учёный секретарь МФТИ

к.ф.-м.н.



/Скалько Юрий Иванович