

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
кандидата физико-математических наук Бочева Михаила Александровича  
на диссертационную работу Стефенишина Даниила Александровича  
**«Тензорные разложения и их применение к решению систем кинетических**  
**уравнений с учётом множественных столкновений частиц»,**  
представленную на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 05.13.18 — «Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация Д.А. Стефенишина посвящена численному решению кинетических уравнений типа уравнений Смолуховского, описывающих процессы столкновения и укрупнения (агрегации) большого числа хаотически движущихся частиц. Предложенные подходы численного решения этих уравнений основаны на эффективных методах вычислительной линейной алгебры, в частности, тензорных разложениях и тензорных аппроксимациях.

**Актуальность** Тема работы весьма актуальна как в смысле рассмотренных физических моделей, так и с точки зрения разработанных алгоритмов. Системы, описывающие множественные столкновения частиц, востребованы в моделировании качества атмосферы, формирования планетных колец, синтеза полимеров и многих других явлений. Разработанные численные алгоритмы раскрывают потенциал тензорных методов вычислительной линейной алгебры и дают стимул их дальнейшему развитию.

**Научная новизна** В работе впервые разработаны эффективные «быстрые» тензорные методы линейной алгебры для уравнений Смолуховского, описывающих столкновения множественных (более двух) частиц. При этом получен ряд новых и интересных результатов, в частности, о корректности постановки задачи Коши для уравнений многочастичной агрегации, о неотрицательности её решений, о сходимости и выборе шага использованной схемы интегрирования по времени, о тензорных рангах в определённых приложениях и другие.

**Содержание работы** Основная часть работы (кроме введения и заключения) состоит из четырёх глав. Глава 1 посвящена описанию физической модели и постановке задачи. В Главе 2 приведены основные теоретические результаты работы: установлена корректность задачи Коши для уравнений Смолуховского, предложена и исследована схема её численного интегрирования. В Главе 3 рассмотрены способы эффективной численной реализации схемы на основе тензорных разложений и аппроксимаций. Численные эксперименты представлены в Главе 4.

**Обоснованность и достоверность научных положений и выводов** подтверждаются использованием строгого математического аппарата в доказательстве новых утверждений и всесторонним численным тестированием (включая сравнения с известными аналитическими и численными решениями).

## **Практическая и научная ценность результатов работы**

1. Впервые предложены эффективные тензорные методы решения систем Смолуховского с множественными столкновениями частиц.
2. Получен ряд ценных результатов относительно численного решения поставленной задачи (в частности, о корректности постановки задачи Коши и о неотрицательности её решений).
3. Предложены и обоснованы методы тензорной аппроксимации для эффективной реализации методов численного решения задачи.
4. Разработанные методы реализованы в виде комплекса программ, с помощью которого получен ряд новых результатов математического моделирования физических процессов многочастичной агрегации.

**Соответствие содержания работы специальности** Содержание и результаты работы полностью соответствуют паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», что подтверждается сформулированными основными результатами работы, в частности, рассмотренными физическими моделями, разработанными методами их решения и реализацией в виде комплекса программ.

## **Замечания по работе**

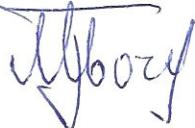
1. Первая глава могла бы быть изложена более подробно и доступно, с расчётом на читательскую аудиторию не знакомую с уравнениями Смолуховского. Так, например, можно было бы привести несколько простых конкретных примеров задачи Коши (1.1), (1.2).
2. Недостаточно исследован вопрос о выборе схемы интегрирования по времени, учитывая свойства оператора правой части и его усечённого приближения. В частности, неясно, почему требуется именно второй порядок точности предложенной схемы предиктор-корректор.
3. В тексте диссертации имеется ряд опечаток и неуклюжих формулировок. Например, фразу «В главе излагаются рассуждения о необходимости ограничений на шаг по времени...» (стр. 9) можно было бы сформулировать проще: «Показана необходимость ограничения на шаг по времени...»

**Общая оценка работы** Приведённые замечания не являются существенными и не меняют общего положительного впечатления от работы. Постановка и методы решения задач исследования изложены и обоснованы в достаточной степени. Результатам присущи научная новизна и высокая практическая ценность. Автореферат полностью соответствует содержанию работы.

Считаю, что диссертация Д.А. Стефонишина выполнена на высоком научном уровне, соответствует требованиям ВАК о порядке присуждения учёных степеней и является за- конченной научно-квалификационной работой, а автор диссертации Стефонишин Даниил Александрович заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Старший научный сотрудник  
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН,  
к.ф.-м.н.

28.03.2019



Михаил Александрович Бочев

Сведения о лице, представившем отзыв:

Ф.И.О.: Бочев Михаил Александрович

Почтовый адрес (служебный): 125047, Москва, Миусская пл., д.4, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, botchev@ya.ru, тел.: +7 499 220-70-00 (доб. 7315)

Полное название организации: Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В.Келдыша РАН).

Подпись Бочева М.А. заверяю



Ученый секретарь ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, к.ф.-м.н. Маслов Александр Иванович