

ОТЗЫВ

официального оппонента д. ф. – м. н., доцента Карчевского Е.М. на диссертационную работу Смолькина Евгения Юрьевича «Нелинейные задачи на собственные значения, описывающие распространение ТЕ- и ТМ-волн в двухслойных цилиндрических диэлектрических волноводах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Актуальность работы. Диссертация Е.Ю. Смолькина посвящена исследованию разрешимости задач о распространении поляризованных электромагнитных ТЕ- и ТМ-волн в круглом неоднородном диэлектрическом слое, в котором диэлектрическая проницаемость нелинейно зависит от модуля интенсивности электрического поля (зависимость диэлектрической проницаемости от электрического поля описывается законом Керра), разработке и обоснованию численных методов их решения. С математической точки зрения указанные задачи являются весьма сложными и интересными. Это задачи о собственных значениях обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка (систем таких уравнений) на полуоси, коэффициенты которых на отрезке нелинейно зависят от собственных функций.

Общая теория разрешимости таких задач не разработана, а доказательство существования их решений имеет важное прикладное значение. Исследуемые в диссертации задачи относятся к такой интересной и активно развивающейся области прикладной математики, как построение и обоснование математических моделей нелинейных оптических эффектов взаимодействия электромагнитных волн в оптических волноводах, разработка и обоснование численных методов решения соответствующих задач на собственные значения для нелинейных дифференциальных уравнений.

Первые математически строгие решения задач для ТЕ-волн, распространяющихся в плоском нелинейном слое были получены еще в середине девяностых годов. Однако никаких результатов о существовании поляризованных волн в двухслойных нелинейных цилиндрических диэлектрических волноводах, получено не было, как не было предложено и численных методов поиска собственных волн таких нелинейных волноводов.

Таким образом, диссертация посвящена исследованию математических моделей, разработке и обоснованию методов численного решения важного круга задач о распространении поляризованных электромагнитных волн в нелинейных диэлектрических волноводах. Тематика работы, несомненно, является актуальной.

Оценка содержания диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Во введении определяется тема, дается общая характеристика работы, делается обзор литературы по теме диссертации, ставится ее цель, излагается основное содержание работы, формулируются положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена рассмотрению задачи о распространении поверхностных электромагнитных ТЕ-волн в неоднородном двухслойном диэлектрическом волноводе кругового сечения, заполненного средой с нелинейностью, выраженной законом Керра. В пунктах 1.1, 1.2 представлена постановка задачи и вывод из уравнений Максвелла системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих распространение ТЕ-волн. В пункте 1.3 решены дифференциальные уравнения для областей пространства, в которых диэлектрическая проницаемость постоянна. В пункте 1.4, представлены условия сопряжения на границах раздела сред для искомых функций. Из условий сопряжения для электромагнитного поля найдены условия сопряжения, которым удовлетворяют собственные функции задачи. Дано определение собственного значения рассматриваемой нелинейной задачи. Строго сформулирована задача сопряжения для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения, к которому сведена исходная задача о распространении ТЕ-волн. В пункте 1.5 введена функция Грина, получено интегральное представление решения нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения на отрезке. Пункт 1.6 посвящен исследованию этого интегрального уравнения. В пункте 1.7 сформулирована и доказана теорема о непрерывной зависимости решения от спектрального параметра. В пункте 1.8 для численного решения задачи предложен итерационный алгоритм, доказана его сходимость. В пункте 1.9 выведено дисперсионное уравнение. В пункте 1.10 доказано существование корней дисперсионного уравнения – постоянных распространения волновода. Получены условия, когда могут распространяться несколько волн, указаны области локализации постоянных распространения.

Вторая глава посвящена рассмотрению задачи о распространении поверхностных электромагнитных ТМ-волн в неоднородном двухслойном диэлектрическом волноводе кругового сечения, заполненного средой с нелинейностью, выраженной законом Керра. В пунктах 2.1, 2.2 представлена постановка задачи и вывод из уравнений Максвелла системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих распространение ТМ-волн. В пункте 2.3 решены дифференциальные уравнения для областей пространства, в которых диэлектрическая проницаемость постоянна. В пункте 2.4, представлены условия сопряжения на границах раздела сред для искомых функций. Из условий сопряжения для электромагнитного поля найдены условия сопряжения, которым удовлетворяют собственные функции задачи. Дано определение собственного значения рассматриваемой нелинейной задачи. Строго сформулирована задача сопряжения для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, к которым сведена исходная задача о распространении ТМ-волн. В пункте 2.5 введена функция Грина, получены интегральные представления решений системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений на отрезке. Пункт 2.6 посвящен исследованию операторного уравнения, эквивалентного этой системе. В пункте 2.7 сформулирована и доказана теорема о непрерывной зависимости решения задачи от спектрального параметра. В пункте 2.8 для численного решения задачи предложен итерационный алгоритм, доказана его сходимости. В пункте 2.9 выведено дисперсионное уравнение. Пункт 2.10 посвящен постановке и решению задачи сопряжения эквивалентной исходной задаче при нулевом параметре нелинейности. В пункте 2.11 доказано существование корней дисперсионного уравнения – постоянных распространения волновода. Получены условия, когда могут распространяться конечное число волн, указаны области локализации соответствующих постоянных распространения.

Третья глава посвящена формулировке и обоснованию численного метода нахождения приближенных собственных значений рассматриваемой задачи. В пункте 3.1 изучена задача Коши, предназначенная для решения нелинейной задачи сопряжения на собственные значения для TE-волн. Сформулирована и доказана теорема о существовании, единственности и непрерывной зависимости решения от параметра вспомогательной задачи Коши, а также теорема о существовании и локализации, по крайней мере, одного собственного значения. На основе этой теоремы предложен метод нахождения приближенных собственных значений рассматриваемой цели-

нейной задачи. В пункте 3.2 изучена задача Коши, предназначенная для решения нелинейной задачи сопряжения на собственные значения для ТМ-волн. Сформулирована и доказана теорема о существовании, единственности и непрерывной зависимости решения от параметра вспомогательной задачи Коши, а также теорема о существовании и локализации, по крайней мере, одного собственного значения. На основе этой теоремы предложен метод нахождения приближенных собственных значений рассматриваемой нелинейной задачи.

В последней, **четвертой**, главе приводится описание комплекса программ и численные результаты. В пункте 4.1 приведены блок-схемы алгоритмов вычисления собственных значений и собственных функций для ТЕ-волн. В пункте 4.2 представлены результаты расчетов собственных значений и собственных функций для ТЕ-волн. В пункте 4.3 приведены блок-схемы алгоритмов вычисления собственных значений и собственных функций для ТМ-волн. В пункте 4.4 представлены результаты расчетов собственных значений и собственных функций для ТМ-волн.

Научная новизна работы. Все основные результаты работы являются новыми, и заключаются в следующем.

1. Доказаны теоремы существования и локализации собственных значений (постоянных распространения волновода) для рассматриваемых нелинейных задач сопряжения.
2. Разработан и теоретически обоснован численный метод решения задач сопряжения на собственные значения, позволяющий приближенно рассчитывать собственные волны волновода.
3. Выполнены расчеты для ряда нелинейных неоднородных волноведущих структур, подтверждающие практическую эффективность предложенного численного метода.

Значимость для науки и практики. Прежде всего, работа представляет собой существенный вклад в теорию нелинейных оптических волноводов. Метод, предложенный и развитый автором для доказательства разрешимости нелинейных задач теории оптических волноводов, существенно расширяет класс математических моделей, допускающих эффективное аналитическое исследование. Доказано существование и вычислены приближенно постоянные распространения собственных волн ряда нелинейных волноводов, используемых на практике.

Основные результаты диссертации опубликованы в 8 работах, 4 статьях в изданиях из перечня ВАК; 4 статьях в других изданиях (из них 2 работа без соавторов).

Достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы обеспечена корректной постановкой задач и строгими математическими доказательствами.

Замечания по работе

1. Автор ограничился исследованием лишь осесимметричных (поляризованных) решений задачи о собственных волнах диэлектрических волноводов. Было бы уместно провести более подробное обоснование такого ограничения.

2. Остается непонятным, каким именно численным методом решалась задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения в третьей главе.

3. Программный комплекс в четвертой главе описан довольно слабо: автор ограничился лишь блок-схемами, не сказано даже на каком языке были написаны программы.

Кроме указанных замечаний, можно высказать пожелания по дальнейшим исследованиям. Представляется весьма интересным сопоставить решение нелинейных задач в случае, когда параметр нелинейности стремится к нулю, с известными решениями линейных задач, поучительными методом разделения переменных.

Заключение по диссертационной работе

Диссертация Е.Ю. Смолькина представляет собой законченную научную квалификационную работу. Она выполнена в актуальной области математического моделирования и численных методов на высоком теоретическом уровне. В ней решен ряд задач, имеющих важное научное значение для теории нелинейных оптических волноводов. Основные результаты являются новыми, их достоверность подтверждается достаточно подробными и строгими математическими доказательствами, а также результатами численных экспериментов. Практическая ценность результатов диссертации также не вызывает сомнения. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Смолькина Евгения Юрьевича «Нелинейные задачи на собственные значения, описывающие распространение ТЕ- и ТМ-волн в двухслойных цилиндрических диэлектрических волноводах», удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Профессор кафедры прикладной математики
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет»,
доктор физ.-мат. наук, доцент

Карчевский Е.М.



420008, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18,
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский)
федеральный университет».
Тел. (843) 233-71-09.
Факс: (843) 292-44-48.
e-mail: public.mail@kpfu.ru

03.03.2015 г.