

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА  
НА ДИССЕРТАЦИОННУЮ РАБОТУ

Смолькина Евгения Юрьевича

**«Нелинейные задачи на собственные значения, описывающие  
распространение ТЕ- и ТМ-волн в двухслойных цилиндрических  
диэлектрических волноводах»,**

представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 05.13.18 -  
математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Актуальность темы.** Задачи об исследовании спектра собственных электромагнитных волн различных волноведущих систем остаются актуальными на протяжении многих лет. Математическая теория диэлектрических волноводов в линейной среде развита достаточно полно и имеет важные приложения.

Задачи о распространении собственных электромагнитных волн в волноводах с нелинейной зависимостью диэлектрической проницаемости от модуля интенсивности электрического поля, имеют гораздо более короткую историю. Несмотря на то, что попытки решения таких задач предпринимались в течение длительного времени (P.N. Eleonskii, L.G. Ogan'es'yants, V.P. Silin *Cylindrical Nonlinear Waveguides*, Soviet Physics JETP. 1972. V. 35. № 1. P. 44–47), многие важные результаты, в первую очередь существование собственных значений в задачах, как для плоских, так и для круглых цилиндрических волноводов (имеются ввиду нелинейные, но однородные волноводы) были получены относительно недавно Д.В. Валовиком и Ю.Г. Смирновым.

В то же время задачи о распространении собственных электромагнитных волн в волноводах с нелинейной средой являются гораздо более сложными и при их изучении получено гораздо меньше результатов (постановка задачи содержится в V.M. Eleonskil, V.P. Silin *Propagation of electromagnetic waves in an inhomogeneous nonlinear medium*, Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. Vol. 39, No. 1, p. 67–70, 1974). Поскольку многие материалы, используемые при создании волноводов для электромагнитных волн являются неоднородными, а при увеличении интенсивности электромагнитных волн, распространяющихся по таким волноводам, начинают сказываться и нелинейные эффекты, то это указывает на практическую актуальность исследования таких структур. Однако и математически такие задачи весьма интересны и сложны, поскольку являются нелинейными задачами сопряжения на собственные значения в многосвязных областях. Общих методов исследования таких задач не разработано.

**Содержание диссертации и ее завершенность.** Диссертационная работа Е.Ю. Смолькина посвящена разработке, обоснованию и реализации численно-аналитического метода решения нелинейных задач сопряжения на собственные значения для системы уравнений Максвелла, описывающих распространение поверхностных поляризованных электромагнитных волн в круглых цилиндрических слоистых диэлектрических волноводах, где диэлектрическая проницаемость среды нелинейно зависит от интенсивности падающего поля и содержит в себе слагаемое, определяющее неоднородность среды. Работа состоит из введения, четырех глав и списка литературы.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, сформулирована цель диссертационной работы, перечислены основные элементы ее новизны и теоретической и практической значимости. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту. Введение полностью отражает рассматриваемые в диссертации вопросы.

Первая глава посвящена рассмотрению задачи о распространении поверхностных электромагнитных ТЕ-волн в неоднородном двухслойном диэлектрическом волноводе кругового сечения, заполненного средой с нелинейностью, выраженной законом Керра. Проблема сводится к анализу нелинейного интегрального уравнения с ядром в виде функции Грина. Существование распространяющихся ТЕ-волн доказано с помощью метода сжимающих отображений. Для численного решения задачи предложен итерационный алгоритм (доказана его сходимость). Доказано существование корней дисперсионного уравнения – постоянных распространения волновода. Получены условия, когда могут распространяться  $n$  волн, указаны области локализации соответствующих постоянных распространения.

Во второй главе рассматривается задача о распространении поверхностных электромагнитных ТМ-волн в неоднородном двухслойном диэлектрическом волноводе кругового сечения, заполненного средой с нелинейностью, выраженной законом Керра. Проблема сводится к анализу системы нелинейных интегральных уравнений с ядром в виде функции Грина. Существование распространяющихся ТМ-волн доказано с помощью метода сжимающих отображений. Для численного решения задачи предложен итерационный алгоритм (доказана его сходимость). Доказано существование корней дисперсионного уравнения – постоянных распространения волновода. Получены условия, когда могут распространяться  $n$  волн, указаны области локализации соответствующих постоянных распространения.

Третья глава посвящена формулировке и обоснованию численного метода нахождения приближенных собственных значений рассматриваемой задачи. Численный метод основан на методе «пристрелки». Для этого формулируется вспомогательная задача Коши с дополнительными условиями на одной из

границ.

Четвертая глава посвящена описанию комплекса программ и численным результатам. В главе приводятся блок-схемы алгоритмов вычисления собственных значений и собственных функций рассматриваемых задач. Результаты расчетов проиллюстрированы графиками соответствующих зависимостей. Проведено сравнение между решениями дисперсионного уравнения в случае линейной среды в слое.

**Обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации,** подтверждена апробацией на международных и российских научных конференциях и семинарах, а также публикациями результатов исследования в рецензируемых научных изданиях, в том числе и рекомендованных ВАК РФ.

**Достоверность полученных результатов, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации,** обеспечивается корректным использованием математического аппарата функционального анализа, доказательством теорем о сходимости предлагаемых численных методов. Кроме того, там, где это было возможно, выполнялось сравнение полученных результатов с уже известными (линейных однородных и нелинейных однородных волноводах).

**Научная новизна и практическая значимость полученных автором результатов.** Представленный в диссертации численно-аналитический метод исследования рассматриваемых задач для нелинейных и неоднородных сред – метод интегральных уравнений, позволяет, используя функцию Грина, свести задачу о собственных значениях к исследованию некоторого интегрального уравнения. Существование решений интегрального уравнения доказывается с помощью принципа сжимающих отображений, а это подразумевает малость коэффициента при нелинейном члене. Но развитие метода интегральных уравнений на случай нелинейных неоднородных волноведущих структур тем не менее представляется актуальным по двум причинам. Во-первых, в случае многослойных неоднородных волноводов функция Грина не может быть выписана явно и для доказательства существования собственных значений приходится использовать общие теоремы о функции Грина линейного (поскольку с помощью функции Грина обращается именно линейная часть) дифференциального оператора. Это обстоятельство создает определенные трудности в исследовании таких задач. В работе впервые получены дисперсионные соотношения для определения собственных значений в задачах о распространяющихся ТЕ- и ТМ-волнах. Анализ дисперсионных соотношений

позволил получить строгие результаты о существовании и локализации собственных значений и тестировать численные методы, которые чрезвычайно актуальны при решении рассматриваемого класса задач.

**Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации.** Численно-аналитический метод, предложенный в диссертации, может быть развит для изучения более сложных нелинейных неоднородных многослойных волноведущих структур. Численные результаты имеют реальное практическое применение в технике СВЧ.

В целом, работа выполнена на весьма высоком уровне, все научные положения, выводы и рекомендации обоснованы. Основные результаты, сформулированные в введении, действительно получены. Разработанные автором методы оригинальны, результаты диссертации опубликованы, в том числе, есть публикации в журналах из перечня ВАК РФ, обсуждались на различных конференциях и семинарах. Содержание диссертации достаточно полно и правильно отражено в автореферате.

**Замечания.** По характеру изложения результатов диссертации можно сделать следующие замечания:

1. Отсутствует сравнение результатов расчета постоянных распространения волноведущих структур численным методом, предложенным в диссертации, с решениями известных дисперсионных уравнений в линейном случае.
2. Разрешимость дисперсионного уравнения установлена для  $\alpha \leq \alpha_0$ . Оценки для  $\alpha_0$  в работе не получено, а это определяет уровень мощности при котором справедлива данная модель нелинейной среды. Желательно установить оценку влияния сдвига спектра в нелинейной задаче при наибольших  $\alpha_0$ .



Отмеченные недостатки не снижают общую положительную оценку работы. Диссертация Е.Ю. Смолькина содержит новые результаты, которые могут быть использованы при проектировании новых и модернизации существующих устройств СВЧ, КВЧ и оптического диапазона. Считаю, что диссертация Е.Ю. Смолькина является законченным научно-исследовательским трудом, в котором решена практически важная задача в области математического моделирования и численных методов электродинамики.

Диссертационная работа Е.Ю. Смолькина «Нелинейные задачи на собственные значения, описывающие распространение ТЕ- и ТМ-волн в двухслойных цилиндрических диэлектрических волноводах», удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент: д.ф.-м.н., проф.  
ФГБОУ ВПО МГУ им. М.В. Ломоносова,  
заведующий лабораторией  
вычислительной электродинамики.

E-mail: [celd@cs.msu.su](mailto:celd@cs.msu.su)

Телефон: +7 (495) 939-30-10

Адрес: 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские  
горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2-й  
учебный корпус, факультет ВМК

Подпись профессора А.С. Ильинского  
удостоверяю:

Ученый секретарь факультета ВМК  
МГУ им. М.В. Ломоносова

2 марта 2014 г.



А.С. Ильинский

Е.А. Григорьев