



Минобрнауки России  
Федеральное государственное учреждение  
«Федеральный исследовательский центр  
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша  
Российской академии наук»  
(ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

125047, Москва, Миусская пл., 4 Тел. 8 (499) 220-72-33 Факс 8 (499) 972-07-37

<http://keldysh.ru> e-mail: office@keldysh.ru

ОКПО 02699381 ОГРН 1037739115787 ИНН/КПП 7710063939/771001001

29.11.2019 № 11103- 9422/1125

На № \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Федерального государственного учреждения  
«Федеральный исследовательский центр

Институт прикладной математики им.

М.В. Келдыша Российской академии наук»

д.ф.-м.н., чл. корр. РАН

Аптечарев А.И.

«28» ноября 2019 года

## ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу Крамаренко Василия Константиновича  
«Методы решения уравнения диффузии в средах с контрастными  
включениями и с учетом особенностей от распределенных источников»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое  
моделирование, численные методы и комплексы программ»

**Актуальность темы диссертационной работы.** Целый ряд важных  
прикладных задач математической физики приводит к необходимости  
решения параболического уравнения диффузии. Примерами являются,  
например, задачи однофазной и многофазной фильтрации жидкости в

пористых средах, теплопроводности, непосредственно задачи диффузии и многие другие. В ряде прикладных задач соответствующие постановки включают в себя те или иные факторы, существенно усложняющие численное решение задачи, таких как локализованные источники, резко неоднородные поля коэффициентов и так далее. Эти факторы могут снижать эффективность традиционных вычислительных алгоритмов, как с точки зрения скорости их работы, так и с точки зрения точности и качества численного решения.

Диссертационная работа В.К. Крамаренко посвящена решению ряда возникающих при этом вопросов. В качестве основной задачи рассматривается линеаризованное уравнение стационарной однофазной фильтрации, которое имеет вид уравнения диффузии. в работе рассматриваются вопросы построения новых эффективных алгоритмов, которые учитывают локализованные источники в правых частях уравнений, а также вопросы построения алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений, являющихся эффективными при наличии резко неоднородных распределений свойств среды.

Эти алгоритмические вопросы являются традиционными для задач нефтяной вычислительной геофизики. Для их решения в разное время предлагались различные подходы. Однако, законченного решения указанных проблем в настоящее не существует, и непрерывно ведется разработка новых методов решения задач указанного класса.

В связи с этим тематика представленной на отзыв диссертационной работы является актуальной.

**Цели диссертационной работы.** Общей целью диссертационной работы является разработка новых вычислительных алгоритмов для эффективного решения линеаризованного уравнения фильтрации (диффузии) с учетом двух особенностей, существенно усложняющих численное решение задачи. Первой из них является наличие локализованного источника, описывающего (в контексте геофизических приложений) работу нагнетательной или добывающей скважины, диаметр которой существенно меньше шага расчетной сетки. Целью является построение такой дискретной модели источника, которая бы обеспечивала повышенной порядок точности дискретных аппроксимаций, в том числе в окрестности источника. Второй особенностью является наличие сильно неоднородных распределений коэффициента диффузии, что приводит к необходимости решения конечномерных задач с очень большим числом обусловленности.

Для достижения поставленной цели автором были сформулированы следующие конкретные задачи:

1. Разработать метод аппроксимации локализованного источника в рамках метода конечных объемов для приближенного решения уравнения диффузии, обладающий вторым порядком аппроксимации.
2. Разработать и исследовать параллельный итерационный метод для решения задач линейной алгебры, возникающих при численном решения уравнения диффузии в средах с высококонтрастными включениями.

### **Научная новизна работы**

В рассматриваемой диссертационной работе были получены следующие основные результаты:

1. Предложен новый метод учета произвольной аналитической функции особенности, связанной с наличием в уравнении диффузий распределенных источников, описывающих работу скважин.
2. Предложен новый эффективный параллельный блочный двухуровневый предобуславливатель для решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при решении уравнения диффузии с резко неоднородным распределением коэффициента диффузии.

Разработанные алгоритмы реализованы автором в составе программного комплекса INMOST. Приводятся результаты численного исследования разработанных подходов, подтверждающие их эффективность.

**Содержание диссертационной работы.** Работа состоит из введения, двух глав и заключения. Список литературы содержит 93 наименования.

В *введении* сформулированы актуальность темы диссертационной работы, цели и задачи исследования, научная новизна, практическая и теоретическая значимость работы.

В *первой главе* излагается и исследуется метод учета особенности решения от распределенного источника. В рамках этого метода описывается схема нелинейной коррекции для дискретизации потока в методе конечных объемов, а также модель взаимодействия распределенного источника и ячейки расчетной сетки, которую пересекает источник. Приводятся результаты численных экспериментов, в которых схема нелинейной коррекции и модель взаимодействия источника и ячейки сравниваются с другими численными методами. Полученные результаты показывают эффективность предложенных методов.

Во второй главе рассматриваются вопросы построения способа предобуславливания для решения больших разреженных систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации уравнения диффузии с высококонтрастным распределением коэффициента диффузии методом конечных элементов. Описывается постановка задачи, ее дискретизация, после чего рассматривается матрица получившейся линейной системы и описывается метод построения двухуровневого и блочно-двуровневого предобуславливателей. В работе приводятся теоретические оценки эффективности и особенности практической реализации предобуславливателя. Во второй части главы приводятся численные эксперименты, подтверждающие теоретические оценки, а также приводятся результаты сравнения параллельной реализации блочно-двуровневого предобуславливателя с другими эффективными алгоритмами предобуславливания.

В заключении приведены основные результаты работы.

**Степень обоснованности научных положений и выводов.**  
Полученные в работе выводы и выносимые на защиту положения являются обоснованными. При анализе математических моделей и разработке алгоритмов автор применяет обоснованные теоретические подходы и строгий математический аппарат. Корректность разработанных математических моделей, вычислительных алгоритмов подтверждена рядом валидационных и верификационных расчетов. Результаты диссертационной работы представлены в рецензируемых научных изданиях, в том числе, входящих в перечень ВАК, докладывались на научных конференциях и семинарах.

Основные результаты диссертации опубликованы в 3 печатных работах в журналах из перечня ВАК, из которых 2 статьи в журналах, индексируемых в международной системе цитирования Scopus.

**Практическая и научная ценность результатов работы.**  
Практическая ценность работы заключается в разработанной диссертантом программной реализации всех разработанных диссертантом алгоритмов в составе программного комплекса INMOST. Программная реализация блочно-двуровневого предобуславливателя является параллельной, что делает реализацию пригодной для решения прикладных задач промышленного уровня сложности. Предложенные подходы допускают дальнейшие обобщения и дополняют существующий теоретический и практический задал

в области численного решения параболических уравнений, в частности, применительно к задачам нефтяной геофизики.

**Соответствие содержания диссертации специальности.** Содержание и результаты работы полностью соответствуют паспорту специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, поскольку основными результатами работы являются: математическая модель течения жидкости из распределенного источника в пористой среде, вычислительные алгоритмы, программная реализация разработанных алгоритмов в виде программного комплекса.

**Замечания по работе.** Представленная на отзыв диссертационная работа имеет ряд недостатков, не снижающих ее ценности. В частности,

1. В диссертации недостаточно внимания уделяется вопросу программной реализации разработанных алгоритмов, прежде всего, предложенных автором предобусловливателей. Это делает представление результатов неполным.

2. Для типичных задач нефтяной геофизики специфично большое число скважин, кратное тысячам. Такие примеры в работе на рассматривались. Их рассмотрение с точки зрения как точности расчета, так и вычислительной эффективности было бы уместным, имея в виду высокую прикладную востребованность результатов работы.

3. Точность предложенного автором способа учета скважин сравнивается с классической сеточной моделью скважины Писмана. Вместе с тем, автор сам отмечает о наличии других способов, известных в литературе. Было бы уместно провести сравнение с каким-нибудь из таких способов.

4. Результаты численных экспериментов по анализу эффективности предложенных автором предобусловливателей приведены для случая пространственно-двумерных задач. Было бы разумно так же рассмотреть трехмерные тесты.

**Общая оценка работы.** Приведенные замечания не снижают ценности работы. Рассматриваемые в работе задачи являются актуальными. Постановка и методы решения задач ясно изложены и обоснованы. Результаты работы обладают научной новизной и практической ценностью. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

**Заключение ведущей организации.** Диссертационная работа В.К. Крамаренко является законченным научным исследованием и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, выполненным по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, соответствует критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней, а ее автор достоин присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв ведущей организации на диссертацию обсужден на семинаре «Вычислительные методы и математическое моделирование» им. Ю.П. Попова под руководством проф. М.П. Галанина и проф. В.М. Чечёткина.

Отзыв составлен кандидатом физико-математических наук, ведущим научным сотрудником ИПМ им. М.В. Келдыша РАН Савенковым Евгением Борисовичем.

Подпись Е.Б. Савенкова удостоверяю.

Ученый секретарь  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
к.ф.-м.н.



А.И. Маслов

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4

Телефон: +7-499-978-13-14

Эл. почта: office@keldys.ru