

На правах рукописи

Глазунов Андрей Васильевич

**ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩЕЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ
АТМОСФЕРЫ**

25.00.29 – Физика атмосферы и гидросферы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте вычислительной математики Российской академии наук

Официальные оппоненты:

Курганский Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт
физики атмосферы РАН, ведущий научный сотрудник

Головизнин Василий Михайлович, доктор физико-математических наук,
профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Факультет вычислительной математики и кибернетики,
заведующий Лаборатории индустриальной математики

Мирабель Андрей Петрович, доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт
океанологии им. П.П. Ширшова РАН, главный научный сотрудник

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт вычислительной математики и математической геофизики
Сибирского отделения РАН

Защита состоится " _ " декабря 2013 г. в 15⁰⁰ часов
на заседании диссертационного совета Д 002.045.001
при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки
Институте вычислительной математики Российской академии наук (ИВМ РАН),
расположенном по адресу 119333, г. Москва, ул. Губкина, д. 8

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИВМ РАН

Автореферат разослан " _ " октября 2013 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.045.001,

доктор физ.-мат. наук

Г.А.Бочаров

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Планетарный пограничный слой атмосферы (ПСА) – это нижний турбулизированный слой тропосферы, свойства которого определяются тепловым и динамическим взаимодействием с поверхностью. Отличительной особенностью ПСА является важная роль плотностной стратификации, неустойчивой, приводящей к конвекции или устойчивой, подавляющей турбулентность. Кроме того, на динамику ПСА существенное влияние оказывает вращение Земли, приводя не только к формированию спирали Экмана в средней скорости ветра во внеэкваториальных широтах, но и непосредственно воздействуя на структуру и энергию крупномасштабных (сравнимых с толщиной ПСА) аномалий скорости. Пограничный слой атмосферы является ключевым звеном климатической системы, поскольку с помощью механизмов турбулентного переноса он регулирует преобразование энергии солнечной радиации, поглощенной подстилающей поверхностью, в энергию движений в атмосфере, океане и других водных системах, контролирует уровень диссипации кинетической энергии и обеспечивает тепловлагоперенос между атмосферой и поверхностью Земли.

Моделирование климата Земли и прогноз погоды в настоящее время осуществляются при помощи численных моделей атмосферы с шагами сетки по горизонтали, значительно превышающими толщину пограничного слоя. При таком моделировании все физические процессы, происходящие в ПСА, параметризуются и записываются в виде локально-одномерных моделей, основной целью которых является перераспределение импульса, тепла и влаги по вертикали за счет невозпроизводимой явно "подсеточной" турбулентной и квазиупорядоченной динамики. От качества локально-одномерных моделей ПСА, являющихся одним из основных блоков моделей крупномасштабной атмосферной циркуляции, существенно зависит не только правильность вычисления потоков на поверхности, расчет облачности в ПСА и оценка радиационных притоков тепла, но, как следствие, и достоверность воспроизведения крупномасштабной динамики и климатической изменчивости.

Численные модели общей и региональной циркуляции атмосферы развиваются по пути повышения пространственного разрешения и воспроизводят все больший диапазон мелкомасштабной динамики явным образом, однако турбулентность в ПСА остается одним из определяющих атмосферных процессов, который должен быть параметризован. При этом требования к точности параметризаций возрастают по мере детализации описания крупномасштабной динамики. Работа по построению новых "подсеточных" параметризаций для численных моделей крупномасштабной динамики атмосферы традиционно опирается на данные натурных наблюдений в ПСА. Эти наблюдения наиболее подробно представлены измерениями, в том числе и пульсационными, в приземном слое. Для всей толщи ПСА и его верхней части получение подробных данных измерений затруднено и в основном

ограничивается измерениями средних профилей метеоэлементов.

Известно что, наряду со стохастической турбулентностью, в ПСА часто наблюдаются квази-когерентные структуры или организованные крупные вихри (ОКВ). ОКВ в ряде случаев определяют основную часть переноса импульса и скаляров по вертикали в пограничном слое. Различные параметризации этого переноса включены в большинство локально-одномерных моделей ПСА. Однако, общепринятой теории возникновения ОКВ и универсальных способов их моделирования не существует, а немногочисленные натурные наблюдения не дают исчерпывающей информации о природе этого явления.

С ростом производительности компьютеров приемлемой альтернативой измерениям в ПСА становится численное моделирование турбулентности при помощи трехмерных нестационарных моделей высокого пространственного разрешения. Обычно для этих целей используется методология вихреразрешающего моделирования (в англоязычной литературе *large eddy simulation (LES)*). Результаты LES-моделирования восполняют недостаток данных наблюдений в ПСА и играют важную роль в развитии методов математического моделирования природно-климатических процессов. Кроме того, модели региональной циркуляции атмосферы по пространственному разрешению становятся все ближе к LES-моделям, поэтому подходы, развитые при построении последних, вскоре начнут напрямую применяться в задачах прогноза погоды.

LES-модели, ориентированные на решение геофизических задач, имеют свою специфику. В первую очередь от таких моделей требуется достоверность воспроизведения статистических характеристик развитой стратифицированной турбулентности при очень больших числах Рейнольдса и способность описывать динамику турбулентных и квазиупорядоченных вихрей в широком диапазоне временных и пространственных масштабов. Такие модели должны быть достаточно универсальными с тем, чтобы обеспечить возможность численных расчетов при различных метеорологических условиях и с различными граничными условиями. Эти требования определяют необходимость особого внимания к разработке турбулентных замыканий для геофизических LES-моделей, а также необходимость реализации этих моделей на высокопроизводительных параллельных вычислительных системах.

Помимо исследовательских задач, связанных с изучением и параметризацией процессов в ПСА, LES-модели могут быть напрямую применены для прикладных расчетов турбулентных течений вокруг крупных объектов, например, обтекания городской застройки или гористой местности. Результаты такого моделирования востребованы при прогнозе и диагнозе распространения загрязняющих антропогенных выбросов и при оценках ветровых нагрузок на строящиеся сооружения.

Целями диссертационной работы являются:

1. Разработка новой численной трехмерной нестационарной модели, способной достоверно воспроизводить турбулентные течения в стратифицированном ПСА, в том числе течения при наличии крупных пространственных неоднородностей подстилающей поверхности. Реализация численной модели на параллельных вычислительных системах с распределенной памятью.
2. Изучение многомасштабной динамики турбулентных течений и исследование механизмов, приводящих к возникновению и эволюции ОКВ, на основе расчетов нейтрально-стратифицированного и неустойчивого ПСА с подробным пространственным разрешением и большими размерами расчетной области для одновременного воспроизведения мелкомасштабной турбулентности и квазиупорядоченных структур.
3. Исследование статистических характеристик стратифицированных турбулентных течений над поверхностью городского типа и их сравнение с характеристиками ПСА над плоской поверхностью на основе расчетов с разработанной моделью.
4. Реализация алгоритмов, позволяющих использовать численную модель в практических задачах (для расчетов турбулентных течений в областях с реальной топографией подстилающей поверхности).

Методология исследования:

Построение численной LES-модели турбулентных течений и ее реализация на параллельных компьютерах (при этом основное внимание уделяется турбулентному замыканию и универсальности алгоритмов с целью как можно более достоверного воспроизведения турбулентных течений различного типа). Тестовые расчеты с использованием данных лабораторных измерений и данных прямого численного моделирования. Расчеты турбулентности в нейтрально-, неустойчиво- и устойчиво-стратифицированных пограничных слоях, статистическая обработка результатов моделирования.

На защиту выносятся:

1. Новая, реализованная для вычислений на суперкомпьютерах с распределенной памятью, верифицированная численная модель, предназначенная для расчетов турбулентных течений в ПСА, в том числе стратифицированных турбулентных течений и течений над поверхностями с явно заданными крупными плохо-обтекаемыми объектами.
2. Динамическое смешанное локализованное замыкание для LES-модели и результаты численных расчетов, демонстрирующие способность численной модели с этим замыканием проявлять свойства модели с явной фильтрацией.

Алгоритм анализа и интерпретации результатов LES-расчетов, позволяющий путем обратной фильтрации приблизить статистические характеристики данных численного моделирования (в том числе пространственные спектры турбулентных пульсаций) к характеристикам реальных турбулентных течений при больших числах Рейнольдса.

3. Результаты моделирования нейтрально-стратифицированного пограничного слоя с учетом меридиональной составляющей угловой скорости вращения Земли. Исследование зависимости характеристик турбулентности в ПСА от направления ветра и определение условий, при которых эта зависимость является значимой.
4. Результаты моделирования конвективного ПСА с большими размерами расчетной области по горизонтали. Исследование автомодельности поведения растущего по высоте ПСА. Изучение пространственных спектров температуры и скорости в конвективном ПСА в диапазонах, соответствующих масштабам от нескольких десятков метров до нескольких десятков километров.
5. Расчеты установившихся устойчиво-стратифицированных турбулентных течений над идеализированной поверхностью городского типа. Проверка применимости стандартных зависимостей теории подобия Монина-Обухова над городской поверхностью при устойчивой стратификации. Параметризация длины пути смешения как комбинированного масштаба, включающего масштабы для локальных и крупных вихрей.
6. Технология проведения вычислений с LES-моделью в областях с заданной реалистичной топографией подстилающей поверхности и непериодическими граничными условиями, предназначенная для расчетов турбулентных течений в прикладных задачах. Демонстрация возможностей данной технологии на примере расчета скорости ветра и статистики его порывов в гористой местности.

Научная новизна

1. Предложенная новая вихреразрешающая модель ПСА, использующая консервативную численную схему четвертого порядка точности и смешанное динамическое локализованное замыкание, реализована впервые. По отдельности ее основные элементы известны из научной литературы, однако, комбинация этих элементов ранее не тестировалась.
2. Выбор схемы и замыкания позволил рассматривать представленную модель как LES-подход с явной фильтрацией и применять приближенную "реконструкцию" (умножение на оператор, обратный заданному оператору про-

странственной фильтрации) при анализе результатов расчетов. Было впервые продемонстрировано, что эта "реконструкция" приводит к существенному приближению статистических характеристик модельного решения (в том числе и мелкомасштабной части пространственных спектров) к статистическим характеристикам реального турбулентного потока при больших числах Рейнольдса. Предложенный прием интерпретации численных результатов был использован при анализе модельных данных, полученных в расчетах турбулентной конвекции и турбулентности в нейтрально- и устойчиво-стратифицированных пограничных слоях.

3. Впервые были проведены LES-расчеты турбулентного нейтрально-стратифицированного ПСА с учетом меридиональной компоненты угловой скорости вращения Земли. Вычисления проводились при больших горизонтальных размерах расчетной области, что позволило получить и проанализировать крупномасштабные структуры и исследовать их зависимость от направления геострофического ветра. Показана сильная чувствительность характеристик нейтрально-стратифицированного ПСА к направлению ветра. Исследовано влияние стратификации на этот эффект.
4. Проведены расчеты турбулентной конвекции Рэля-Бенара и растущего по высоте конвективного ПСА. На примере течения Рэля-Бенара впервые продемонстрировано одновременное проявление степенных зависимостей, характерных для двумерной и трехмерной турбулентности, в пространственных спектрах баротропной и бароклинной компонент скорости. Показана автомодельность спектральных распределений температуры и скорости в растущем ПСА и выделены характерные степенные зависимости в крупномасштабной части спектров.
5. Впервые проведены расчеты установившихся устойчиво-стратифицированных турбулентных течений над поверхностями с явно-заданными крупными объектами, имитирующими городскую застройку. Предложена оригинальная методика проведения подобных расчетов. Исследована применимость универсальных зависимостей теории подобия Монина-Обухова для течений над такими объектами. Предложен комбинированный масштаб для параметризации длины пути смешения в устойчивом ПСА. Показано, что применение данного масштаба позволяет параметризовать профили средней скорости и температуры в большем интервале высот внутри ПСА, чем стандартные методы теории подобия и локальной гипотезы подобия.

Научная и практическая значимость

Основным результатом проведенной работы, имеющим важную научную и практическую значимость, автор считает создание новой численной модели, ос-

нованной на LES-методологии, ее всестороннее тестирование и обоснование применимости данной модели для решения широкого круга задач, связанных с турбулентностью и организованными крупными вихрями в ПСА.

Разработанная модель была применена для изучения трех различных режимов циркуляции в ПСА, для каждого из которых были получены новые результаты.

Результаты, полученные при моделировании нейтрально-стратифицированных пограничных слоев могут быть использованы для параметризации эффектов, связанных с переносом импульса крупными организованными вихрями, в нейтральном пограничном слое и дают количественные оценки эффектов, связанных с направлением геострофического ветра.

Проведенные расчеты растущего турбулентного конвективного пограничного слоя выявили ряд особенностей формирования автомодельного решения и позволили проанализировать пространственные спектры температуры и скорости в широком диапазоне масштабов. С практической точки зрения данный анализ может быть полезен для построения параметризаций обмена теплом, влагой и энергией между ПСА и подстилающей поверхностью в безветренной ситуации.

Расчеты устойчивого пограничного слоя над идеализированной городской поверхностью выявили ряд закономерностей, необходимых для построения параметризаций расчета потоков импульса и плавучести при наличии крупных объектов шероховатости. Вычисленные по результатам этих расчетов масштабы длины, приводящие спектры и коспектры скорости к универсальному виду, могут быть использованы для построения и уточнения локально-одномерных моделей устойчивого ПСА и для построения универсальных функций теории подобия.

Помимо научно-исследовательских задач, практическую ценность имеет возможность использования разработанной модели для прикладных расчетов над поверхностями со сложной топографией. Такие расчеты могут применяться при прогнозировании экологических последствий городского строительства, при оценке ветровых нагрузок на строящиеся сооружения и для диагноза и прогноза загрязнения городской среды антропогенными выбросами.

Апробация работы

Материалы, вошедшие в диссертационную работу, представлялись на международных и российских конференциях: Ассамблея Европейского геофизического общества (Вена, Австрия, 2007); Международная научная конференция ПаВТ'2007 (Челябинск, 2007); Международная конференция и школа молодых ученых по вычислительно-информационным технологиям для наук об окружающей среде: "CITES-2007" (Томск, 2007); Problem oriented workshop for specialists and students "Turbulence-Resolving Simulations in Environmental Applications: Problems and Perspectives" , (Bergen, Norway, 2008); Конференция "Ломоносовские чтения-2011" (Москва, 2011, МГУ); Научная школа "Нелинейные волны-2012" , (Нижний Новгород, 2012); Workshop "Air-sea/land interaction: physics and observation of planetary boundary layers and quality of environment" , (Helsinki, Finland, 2012); Международ-

ная конференция «Турбулентность, динамика атмосферы и климата» (Москва, 2013).

Доклады по теме диссертации представлялись автором на семинарах Института вычислительной математики РАН, Института физики атмосферы РАН, Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ, Института прикладной физики РАН и Института проблем безопасного развития атомной энергетики РАН.

Публикации по теме диссертации

В журналах из Перечня ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК, опубликовано 12 работ автора диссертации [1-12]. Часть материала представлена в монографии [13]. Три работы [14-16] приняты к публикации и находятся в печати. Работы [1-7,13-16] посвящены непосредственно описанию LES-методологии и ее применению к исследованию пограничного слоя атмосферы. Помимо этого, в работах [11,12] процессы в ПСА изучаются на основе локально-одномерного моделирования, а в работах [8-10] проводится анализ чувствительности глобальной циркуляции атмосферы к термическим воздействиям в ПСА.

Личный вклад автора

Разработка и численная реализация LES-модели, включая реализацию процедур параллельного обмена данными, а также все представленные в диссертации расчеты выполнены автором самостоятельно. В публикациях [3-6,14-16] Глазунов А.В. является единственным автором. В совместных работах [1,2,7-12] Глазунову А.В. принадлежит проведение расчетов и анализ (в том числе и совместный) их результатов, а также написание не менее 50% текста. В совместной монографии [13] материалы, посвященные LES-моделированию и предоставленные автором диссертации, вошли в главы 1 и 5 и составили 12.5% текста книги.

Структура диссертации

Работа, объемом 282 стр., состоит из введения, пяти глав, заключения, двух приложений и списка литературы из 257-ми наименований. Она содержит 85 рисунков. Каждая глава разбита на разделы, включая вводные замечания к главе и выводы из нее.

Основное содержание работы

Во **введении** к диссертации обосновывается актуальность темы, формулируются основные цели, а также дается краткий обзор содержания диссертации. Так как каждая из глав диссертации посвящена отдельному направлению в рамках общей тематики, то во введении приводится только краткий обзор литературных источников и краткий анализ современного состояния исследований. Во вводных замечаниях к каждой из глав диссертации проведено более развернутое обсуждение по каждому из направлений.

Первая глава диссертации посвящена описанию и тестированию LES-модели. На данном этапе эффекты плавучести и вращения Земли не рассматриваются. Обосновывается выбор численной схемы и "подсеточного/подфильтрового" замыкания. Формулируются основные требования к разрабатываемой численной модели. Проверяются различные подходы к построению динамического замыкания. В качестве тестовой задачи выбрано турбулентное течение Пуазейля в канале, ограниченном стенками с параметрически заданной шероховатостью. Обсуждается и тестируется способность модели верно воспроизводить пространственные спектры в пристеночных турбулентных течениях. Предлагается методика обработки результатов численного моделирования, базирующаяся на интерпретации построенной LES-модели, как модели с явной фильтрацией. Показано, что приближенная "реконструкция" результатов расчетов приводит к приближению их статистических характеристик к характеристикам реального турбулентного течения при больших числах Рейнольдса.

Во вводных замечаниях к главе (**раздел 1.1**) формулируется задача построения замыканий для LES-моделей. Для таких численных моделей система уравнений движения нейтрально-стратифицированной жидкости в безразмерном виде в тензорной записи выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \bar{F}_i^e, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

где Re - число Рейнольдса: $Re = \frac{UL}{(\nu/\rho)}$; U - характерная скорость потока, L - характерный масштаб; (ν/ρ) - молекулярная кинематическая вязкость; F_i^e - сумма внешних сил, действующих на частицу жидкости.

Уравнения (1,2) получены в результате применения пространственной фильтрации к системе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости. Оператор фильтрации F_{Δ} определен как:

$$\bar{a}(\mathbf{x}, t) \equiv F_{\Delta} a(\mathbf{x}, t), \quad F_{\Delta} a(\mathbf{x}, t) = \int_{R^3} G_{\Delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') a(\mathbf{x}', t) d\mathbf{x}', \quad \int_{R^3} G_{\Delta}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1, \quad (3)$$

где a - подлежащая фильтрации величина, $G_{\bar{\Delta}}$ - весовая функция фильтра $F_{\bar{\Delta}}$ с эффективной шириной фильтрации $\bar{\Delta}$. Ядро $G_{\bar{\Delta}}$ выбирается таким образом, чтобы фильтр подавлял преимущественно коротковолновые составляющие турбулентного движения с длинами волн $\lambda < 2\bar{\Delta}$. В данной постановке фильтр не обязан быть идеальным т.е., вообще говоря: $\bar{a} \neq \bar{a}$. При выводе (1) нелинейный член в правой части уравнений формально разделяется на составляющую, зависящую только от фильтрованных компонент скорости, и составляющую, включающую в себя неподдающиеся прямому моделированию исходные компоненты:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

Система уравнений(1,2,4) оказывается незамкнутой, так как выражение (4) содержит исходные нефильтрованные компоненты скорости. LES-методология предполагает замену реального тензора τ на некоторое модельное соотношение $\tau^{mod}(\bar{\mathbf{u}})$. Такие соотношения принято называть "турбулентными замыканиями" или "моделями подсеточной турбулентности". Универсального способа построения "турбулентных замыканий" не существует. При LES-моделировании геофизической турбулентности с очень большими значениями Re (для ПСА: $L \sim 10^3$ м, $U \sim 10^1$ м/с, $(\nu/\rho) \sim 10^{-5}$ м²/с), $Re \sim 10^9$) члены в уравнениях (1), связанные с молекулярной вязкостью, пренебрежимо малы и не оказывают влияния на решение.

В данной работе все алгоритмы, включая численную схему и турбулентное замыкание, выбирались таким образом, чтобы обеспечить применимость модели в расчетных областях произвольной конфигурации и, возможно, при существенном и заранее неизвестном влиянии сил плавучести на статистики течения.

В **разделе 1.2** обсуждается роль ошибок аппроксимации. На основании обзора литературы указывается на возможность снижения влияния этих ошибок на решение в LES-моделях с явной фильтрацией. При этом предполагается, что явным образом воспроизводится решение, сглаженное заранее заданным пространственным фильтром с эффективной шириной фильтрации $\bar{\Delta}$, превышающей пространственный шаг сетки численной модели Δ_g . Формулируются следующие принципы построения численной вихреразрешающей модели:

- Предпочтительны консервативные пространственные аппроксимации (по крайней мере, необходимо сохранение первого (импульса) и второго (энергии) моментов).

- Повышение порядка аппроксимации численных схем, совместно с использованием замыканий динамического типа, может дать существенный выигрыш за счет снижения влияния ошибок аппроксимации на решение и параметризуемый-подсеточный/подфильтровый форсинг.

- Изменчивость, генерируемая моделью, не обязана точно воспроизводить амплитуду турбулентных пульсаций вплоть до масштабов, определяемых шагом сетки. Использование неидеального пространственного фильтра с гладкой в спектральном пространстве функцией пропускания, подавляющего преимущественно

но коротковолновые гармоники, уменьшает ошибки аппроксимации нелинейных членов. Однако, в этом случае турбулентное замыкание, наряду с параметризацией взаимодействий разрешаемых явно пульсаций с движениями "подсеточного" масштаба, должно содержать члены, восполняющие вклад подавленных фильтрацией коротковолновых гармоник в динамику модели.

В разделе 1.3 приводится описание смешанного динамического локализованного замыкания, реализованного в модели. Тензор подсеточных/подфильтровых напряжений записан следующим образом:

$$\tau_{ij}^{mix} = \tau_{ij}^{smag} + \tau_{ij}^{ssm} = -2(C_s \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} + (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j), \quad (5)$$

где \bar{S}_{ij} - тензор деформаций, вычисленный по фильтрованному полю скорости, C_s - безразмерный коэффициент, зависящий от координат и определяемый динамически (Германо и др., 1991) на каждом шаге по времени. Замыкание содержит чисто диссипативную составляющую τ_{ij}^{smag} (модель Смагоринского), параметризующую взаимодействия между флуктуациями разрешаемыми явным образом и флуктуациями подсеточного масштаба, и составляющую τ_{ij}^{ssm} (модель подобия масштабов), параметризующую взаимодействия с флуктуациями "подфильтрового" масштаба. Динамическая процедура определения коэффициентов $X(\mathbf{x}) = (C_s(\mathbf{x})\bar{\Delta})^2$, ответственных за диссипацию кинетической энергии, сводится к минимизации нормы ошибки $(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij})$ в переопределенной системе уравнений:

$$(\widehat{X M_{ij}^T}) - \alpha^2 X(M_{ij}^T) = L_{ij} - H_{ij} + \varepsilon_{ij}. \quad (6)$$

Здесь M_{ij}^T , M_{ij}^T , L_{ij} и H_{ij} тензоры, получаемые в результате подстановки смешанной модели (5) в тождество Германо:

$$T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j, \quad (7)$$

где T_{ij} - подсеточные/подфильтровые турбулентные напряжения для сглаженного поля скорости $\widehat{\mathbf{u}}$, полученного последовательным применением базового $F_{\bar{\Delta}}$ и тестового $F_{\widehat{\Delta}}$ пространственных фильтров, $\alpha = \widehat{\Delta}/\bar{\Delta}$ - отношение ширины тестового к ширине базового фильтра.

Задача минимизации ε^2 в системе (6) приводит к системе линейных уравнений $A^* A X = A^* R$, где A (неплотная прямоугольная матрица размерности $5N \times N$ (N - размерность сеточного пространства) и R (вектор правой части размерности $5N$), A^* - транспонированная матрица. Эта система уравнений решается итерационно на каждом шаге по времени (используется предобусловленный метод сопряженных градиентов). В результате получаем пространственно-временное распределение $X(\mathbf{x}, t)$, зависящее от локальных характеристик турбулентного течения.

Вид трехмерных пространственных фильтров (базового и тестового) и их численные аппроксимации конкретизированы в подразделе (1.3.5).

В разделе 1.4 приводятся граничные условия для системы уравнений модели и способы вычисления компонент тензора деформаций S_{ij} вблизи твердых границ расчетной области. Эти граничные условия параметрически учитывают трение о шероховатую стенку и базируются на предположении о локальной логарифмичности профиля скорости.

В разделе 1.5 описаны численная реализация модели и методика ее распараллеливания. Для вычисления нелинейных членов в уравнении баланса импульса применяется консервативная (сохраняющая первый и второй моменты) конечно-разностная аппроксимация четвертого порядка точности на разнесенной сетке (Мориниши и др., 1998). Для интегрирования по времени используется явная схема Адамса-Бэшфорта. Описание численных тестов на производительность параллельной MPI-реализации и описание согласованной с расчетом динамики схемы переноса скаляров вынесены в приложения А и В, соответственно.

В разделе 1.6 приведены результаты предварительных численных тестов, демонстрирующие работоспособность построенного алгоритма. Показано, что локализованный подход к построению динамического замыкания предпочтителен по сравнению с обычно используемым в динамических LES-моделях приближениями (локальная минимизация ошибки тождества Германно по пяти независимым компонентам тензора турбулентных напряжений или осреднение вдоль статистически однородного пространственного направления).

В разделе 1.7 приведены результаты численных расчетов турбулентного течения Пуазейля в канале шириной $2h$ с шероховатыми границами (шероховатость задавалась параметрически: $z_0/h \sim 3.6 \times 10^{-4}$). Продольный и поперечный размеры расчетной области варьировались от $L_x^+ = L_x/h = 4.6$, $L_y^+ = L_y/h = 2.3$ до $L_x^+ = L_x/h = 27.42$, $L_y^+ = L_y/h = 9.14$. Количество расчетных узлов сетки модели изменялось в диапазоне от 524 288 до 12 582 912. Расчеты проводились с разным пространственным разрешением и с различными соотношениями длин сторон ячейки сетки. Проверялась способность численной модели верно воспроизводить средний профиль скорости, дисперсию компонент скорости и пространственные спектры турбулентности. Показано, что LES-модель способна генерировать решение со статистическими характеристиками, близкими к характеристикам развитой турбулентности в лабораторных экспериментах и численных DNS-расчетах (прямое численное моделирование с большими числами Рейнольдса).

Обнаружено, что воспроизводимая моделью изменчивость компонент скорости занижена и зависит от пространственного разрешения. Приблизить моделируемую дисперсию к наблюдаемой и уменьшить различия между модельными данными при различных шагах пространственной сетки удастся за счет апостериорного применения к модельному полю скорости $\bar{\mathbf{u}}$ оператора, приближенно равного обратному пространственному фильтру модели. Этот оператор вычисля-

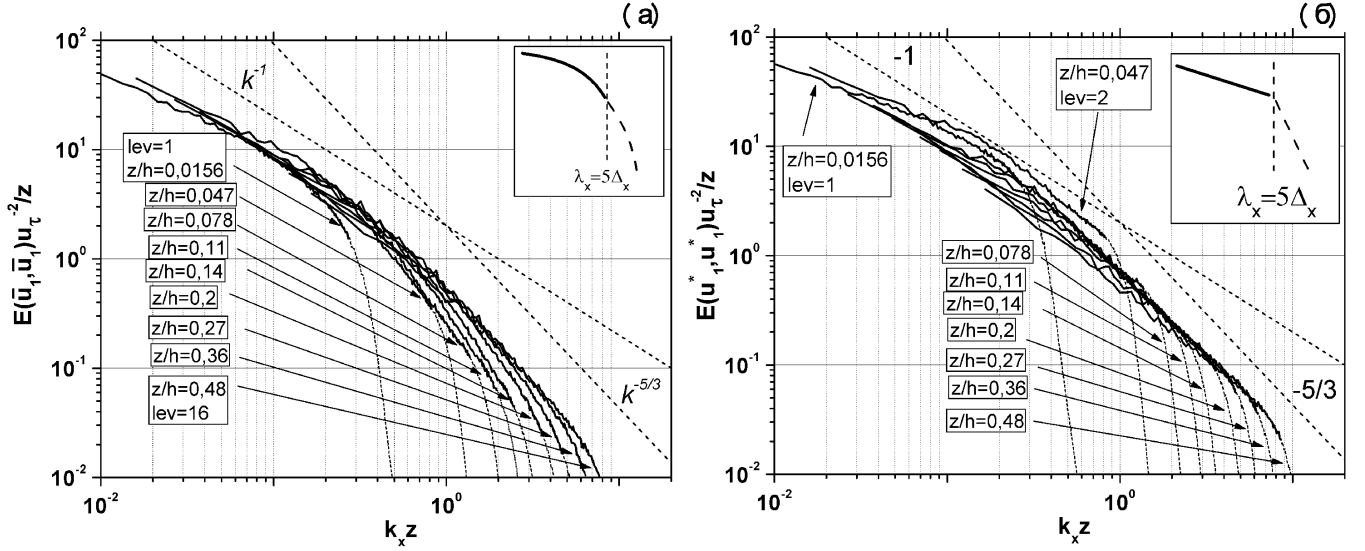


Рис. 1. Нормированные спектры продольной компоненты скорости в численном эксперименте с параметрами $L_x^+ = 18.28, L_y^+ = 4.57; N_x \times N_y \times N_z = 512 \times 128 \times 64; \Delta_x/h = \Delta_y/h = 1/28, \Delta_z/h = 1/32$. (а) - спектр воспроизводимой фильтрованной изменчивости $E_{\bar{u}_1, \bar{u}_1}^+(k_1)$; (б) - спектр реконструированной изменчивости $E_{u_1^*, u_1^*}^+(k_1)$.

ется с помощью следующего степенного ряда:

$$F^{-1} \approx F_p^{-1} = \sum_{k=0}^{k=p} (I - F_\Delta)^k, \quad (8)$$

где I - единичный оператор, p - порядок реконструкции. Вследствие обратимости заданного явно и участвующего в турбулентном замыкании базового пространственного фильтра модели F_Δ ряд (8) сходится и приводит к получению "реконструированного" поля скорости $\mathbf{u}^* = F_p^{-1} \bar{\mathbf{u}}$ со статистическими характеристиками, приближенными к наблюдаемым. В частности, анализ пространственных спектров флуктуаций фильтрованной скорости $\bar{\mathbf{u}}$ и "реконструированной" скорости \mathbf{u}^* показал, что применение данной процедуры ведет к "схлопыванию" набора безразмерных спектров, вычисленных на различном расстоянии z от стенки и отложенных в зависимости от безразмерного волнового числа $\tilde{k} = k_z z$ (см. рис.1). Такое поведение пространственных спектров является прямым следствием автомодельности решения. Можно отметить, что энергия "реконструированных" флуктуаций скорости u_1^* быстро убывает для гармоник с длиной волны $\lambda > 5\Delta_x$. Это связано с ошибками аппроксимации численной схемы. В направлении $y \equiv x_2$, перпендикулярном основному направлению потока, ошибки численной схемы значительно меньше. Поэтому, продемонстрированный на рис.1а эффект схлопывания спектров после реконструкции более явно проявляется в распределениях энергии пульсаций по волновому числу k_2 .

Дисперсия реконструированной скорости \mathbf{u}^* в коротковолновом диапазоне слабо зависит от пространственного разрешения численной модели. На рис.2 приводятся исходные $E_{\bar{u}_1, \bar{u}_1}^+(k_2)$ и "реконструированные" $E_{u_1^*, u_1^*}^+(k_2)$ спектры продольной

компоненты скорости при различных размерах расчетной области и шагах сетки. Сплошные кривые - спектры, полученные после реконструкции; кривые, помеченные символами (o) и (Δ) - спектры \bar{u}_1 . Границы спектрального интервала, воспроизводимого моделью в различных численных экспериментах, обозначены вертикальными пунктирными прямыми; обозначения ds1, ds2 и ds3 указывают левую границу интервала, определяемую размером области; gc1, gc2 и gc3 - правую границу, определяемую шагом сетки Δ_y . Видно, что до реконструкции инвариантности не наблюдается ни в коротковолновой области, ни в длинноволновой. После реконструкции - на правом коротковолновом участке спектра все кривые сливаются в одну прямую со степенной зависимостью близкой к $E \sim k^{-5/3}$.

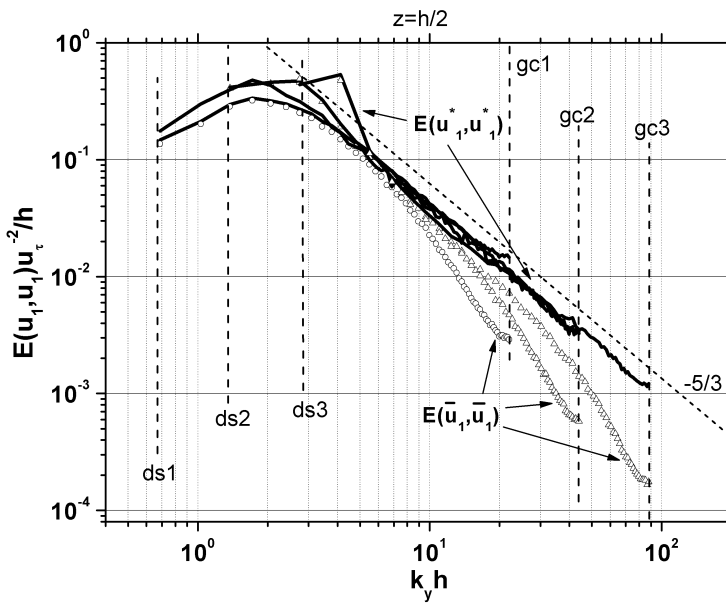


Рис. 2. Исходные $E_{\bar{u}_1, \bar{u}_1}^+(k_2)$ и "реконструированные" $E_{u_1^*, u_1^*}^+(k_2)$ спектры продольной компоненты скорости при различных размерах расчетной области и шагах сетки.

В выводах к главе 1 (**раздел 1.8**) перечислены основные особенности построенной LES- модели (модель с явной фильтрацией - при анализе результатов необходима предварительная "реконструкция" решения), указаны ее преимущества (универсальность алгоритмов и простота их применения к моделированию более сложных турбулентных течений со стратификацией и при наличии обтекаемых крупных объектов на поверхности) и отмечены выявленные недостатки (ошибки на ближайших к поверхности расчетных уровнях и занижение самой мелкомасштабной изменчивости вдоль направления среднего течения).

Во **второй главе** построенная LES-модель применена для исследования зависимости структуры и интенсивности турбулентных и крупномасштабных квазиупорядоченных вихрей в ПСА от направления геострофического ветра. Показано, что наличие меридиональной компоненты угловой скорости вращения Земли приводит к значительному усилению интенсивности флуктуаций скорости в нейтрально-стратифицированном турбулентном течении при восточном и северо-восточном ветре и ослаблению интенсивности флуктуаций при западном и юго-западном ветре. Это, в свою очередь, вызывает значимые изменения профиля средней скорости. Показано, что эти изменения связаны с самыми крупномасштабными флуктуациями, сравнимыми по масштабу с толщиной турбулентного слоя Экмана. Обнаружено, что в ограниченном по высоте нейтрально-стратифицированном ПСА и при устойчивой стратификации внутри ПСА зависимость от направления ветра существенно уменьшается. Обсуждается возможность пара-

метризации этих эффектов в рамках локально-одномерных моделей пограничного слоя атмосферы.

Во вводных замечаниях к главе 2 (**раздел 2.1**) формулируется задача моделирования турбулентного слоя Экмана на вращающейся Земле. Уравнения динамики для LES-модели выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} &= -\frac{\partial \overline{u_1 u_j}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} + f_z \bar{u}_2 - \cos(\gamma) f_y \bar{u}_3, \\ \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} &= -\frac{\partial \overline{u_2 u_j}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_2} - f_z \bar{u}_1 + f_z U_g + \sin(\gamma) f_y \bar{u}_3, \\ \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial t} &= -\frac{\partial \overline{u_3 u_j}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_3} + \cos(\gamma) f_y \bar{u}_1 - \sin(\gamma) f_y \bar{u}_2 + F_b.\end{aligned}\quad (9)$$

Уравнения (9) записаны в системе координат, связанной с направлением геострофического ветра и повернутой на угол γ против часовой стрелки вокруг оси Oz относительно системы координат, горизонтальные оси которой направлены с юга на север и с запада на восток. Используется приближение f-плоскости. Учитывается не только вертикальная компонента угловой скорости вращения Земли $\Omega_z = \sin(\varphi)\Omega$, но и ее меридиональная компонента $\Omega_y = \cos(\varphi)\Omega$ ($f_z = 2\Omega_z$ и $f_y = 2\Omega_y$ - "вертикальная" и "меридиональная" составляющие параметра Кориолиса; φ - широта). Уравнения (9) включают в себя члены, зависящие от географического направления геострофического ветра γ . Эти члены равны нулю на полюсе и возрастают по направлению к экватору.

Приводится обзор литературы, посвященной теоретическому, экспериментальному и численному анализу турбулентности и организованных крупных вихрей в нейтрально-стратифицированном слое Экмана. Теоретический анализ устойчивости этого течения предсказывает наличие крупномасштабных спиралевидных вихрей (валиков), приблизительно соосных направлению геострофического ветра. В численных экспериментах с трехмерными нестационарными моделями эти структуры ранее не воспроизводились. Указывается на возможность сильного влияния составляющей угловой скорости Ω_y на структуру и интенсивность самых крупномасштабных составляющих аномалий скорости и на зависимость этого эффекта от направления ветра. Приводится обзор работ, в которых исследовалось влияние компоненты Ω_y на геофизические и лабораторные турбулентные течения.

В **разделе 2.2** приводится качественное объяснение механизма усиления и ослабления циркуляции в ПСА при изменении направления ветра. Проведены предварительные расчеты нейтрально-стратифицированного ПСА на широте 15° с.ш. при восточном и западном направлениях ветра в области с большим горизонтальным размером 20.5×20.5 км². Расчеты показали, что ОКВ, имеющие вид валиков, возникают при восточном ветре и подавляются при западном. Указывается, что механизм возникновения этих крупномасштабных циркуляций должен быть отличным от механизма неустойчивости спирали Экмана, связанного с наличием точки перегиба в агеострофической компоненте скорости, так как сама

спираль Экмана вблизи экватора не выражена.

В разделе 2.3 описываются тесты LES-модели на способность воспроизведения нейтрально-стратифицированного турбулентного слоя Экмана без учета Ω_y . Эти тесты необходимы для обоснования достоверности количественных оценок, полученных в дальнейших численных экспериментах. Результаты двух LES-расчетов с относительно грубой пространственной сеткой (~ 15 -20 и ~ 30 -40 точек на толщину слоя) сравниваются с данными прямого численного моделирования при числе Рейнольдса $Re_f = U_g / \sqrt{f_z \nu / 2} = 2828$.

В разделе 2.4 представлены результаты численных экспериментов при различных направлениях геострофического ветра. LES-расчеты проводились в двоякопериодической области с размером $L_x \times L_y \times L_z = 5120 \times 5120 \times 2560 \text{ м}^3$ при следующих параметрах: $U_g = 3 \text{ м/с}$, $z_0 = 0.1 \text{ м}$, $\varphi = 45^\circ$ с.ш. Длительность каждого расчета составляла 24 часа модельного времени ($1.38T_F$, где T_F -период инерционных колебаний). В качестве начального состояния задавалось поле скоростей, сформированное через 48 часов в расчете с $f_y = 0$. Шаг равномерной сетки Δ составлял 20 м ($256 \times 256 \times 128$ ячеек сетки). Угол γ изменялся от нуля (западный ветер) до 315° с шагом 45° . Кроме того, проведено два дополнительных расчета при $\gamma = 45^\circ$ и $\gamma = 225^\circ$ с более подробной сеткой ($\Delta = 10 \text{ м}$, $512 \times 512 \times 256$ ячеек) с целью оценки влияния пространственного разрешения модели на исследуемый эффект.

Выявлено сильное влияние направления ветра на статистики турбулентного слоя Экмана при нейтральной стратификации. Наиболее интенсивная изменчивость наблюдается при северо-восточном ($\gamma = 225^\circ$) направлении геострофического ветра, при котором суммарная кинетическая энергия турбулентности (КЭТ) увеличивается приблизительно в 2 раза по сравнению с КЭТ при юго-западном направлении ($\gamma = 45^\circ$). На рис. 3 приводится сравнение некоторых характеристик моделируемого течения при $\gamma = 225^\circ$ и $\gamma = 45^\circ$.

При помощи анализа пространственных спектров и коспектров флуктуаций скорости было выяснено, что эффект наибольшего усиления изменчивости при северо-восточном ветре достигается за счет самых крупномасштабных компонент течения (с горизонтальными размерами, сравнимыми с толщиной слоя Экмана H_E). При $\gamma = 225^\circ$ около 40% величины напряжения трения τ_{u_1} на расстоянии $z = 0.5H_E$ от поверхности обеспечивается за счет крупномасштабной структуры, выделяющейся как одна гармоника в коспектре.

В подразделе 2.4.2 проверялась возможность использования приближения вихревой вязкости:

$$\langle u'_i u'_3 \rangle = -K_{ui} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_3} \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

для вычисления компонент касательного напряжения. Стандартный подход к построению локально-одномерных моделей предполагает, что коэффициенты турбулентного обмена для двух компонент скорости равны между собой: $K_{u1} = K_{u2}$. На

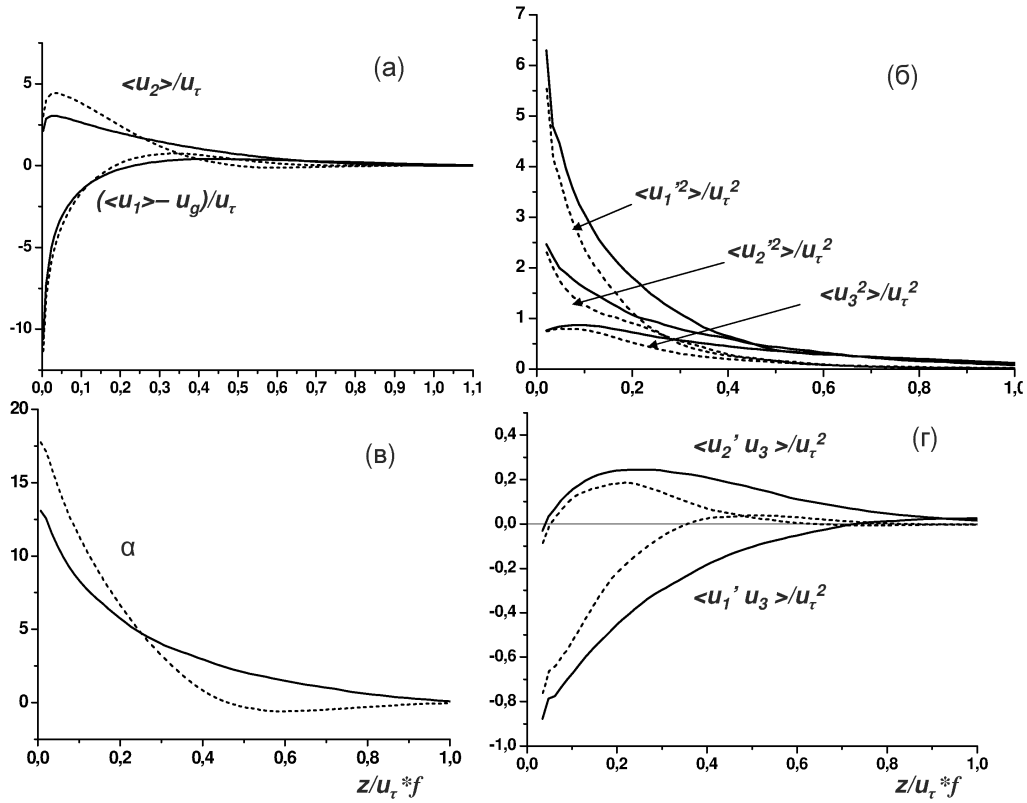


Рис. 3. (а) - нормированный дефект средней скорости ($\langle \mathbf{u} \rangle - \mathbf{U}_g / u_\tau$), (б) - нормированные дисперсии компонент скорости, (в) - угол поворота ветра, (г) - средние касательные напряжения. Сплошные кривые - северо-восточный ветер ($\gamma = 225^\circ$) пунктирные кривые - юго-западный ветер ($\gamma = 45^\circ$).

основе LES-данных показано, что при наличии крупномасштабных организованных структур последнее предположение может нарушаться вследствие несовпадения направлений касательного напряжения $\tau = (\langle u_1' u_3 \rangle, \langle u_2' u_3 \rangle)$ и сдвига средней скорости $-\mathbf{S} = -(\partial \langle u_1 \rangle / \partial z, \partial \langle u_2 \rangle / \partial z)$ (угол между векторами τ и $-\mathbf{S}$ достигает $\sim 50^\circ$ в верхней части ПСА при северо-восточном ветре). Тем не менее, общий для двух компонент скорости коэффициент вихревой вязкости, определенный по результатам LES-моделирования как $K_{ua} = |\tau|/|\mathbf{S}|$ и подставленный в локально-одномерную модель, приводит к верному стационарному решению. При этом удастся учесть изменения профиля средней скорости, связанные с направлением ветра за счет существенного увеличения коэффициента K_{ua} при северо-восточном ветре. Были проведены расчеты с нестационарной трехмерной моделью, в которой вся мелкомасштабная изменчивость была параметризована вихревой вязкостью с коэффициентом, полученным по LES-данным. Обнаружено, что в такой модели сохраняются ОКВ, имеющие структуру, аналогичную структуре ОКВ в LES-модели. Однако, энергия таких структур и связанный с ними поток импульса оказываются существенно ниже, чем в модели, воспроизводящей широкий спектр турбулентной изменчивости явным образом.

В подразделе 2.4.3 приведены результаты расчетов при наличии стратификации в ПСА. Рассматривалось устойчиво-стратифицированное турбулентное те-

чение и нейтрально-стратифицированный ПСА, ограниченный сверху сильной устойчивой стратификацией в свободной атмосфере. Обнаружено, что в устойчивом ПСА зависимость турбулентных процессов от направления ветра пропадает. В нейтральном ПСА, ограниченном по высоте, эффекты, связанные с направлением ветра, существенно слабее, чем в полностью нейтральном турбулентном слое Экмана.

В **выводах к главе 2 (раздел 2.5)** обобщаются изложенные выше результаты. Отмечается роль ОКВ в процессе переноса импульса и подчеркивается, что при наличии крупных структур этот процесс не представим как диффузия с некоторым эффективным коэффициентом. Указывается на то, что с учетом сильного влияния стратификации в природе рассматриваемый эффект усиления турбулентности при восточном и северо-восточном ветре должен наблюдаться относительно редко. Учитывая малые значения параметра шероховатости морской поверхности, малую пространственную неоднородность температуры поверхности моря и ее незначительные суточные вариации, можно предположить, что предпочтительные условия для проявлений данного эффекта следует искать для ПСА над океаном.

Третья глава диссертации посвящена моделированию турбулентной термической конвекции. Данная глава содержит две части. В первой из них, с точки зрения воспроизведения спектральных свойств, рассматривается термическая конвекция Рэлея-Бенара в двояко-периодическом канале с твердыми стенками. Декомпозиция изучаемого турбулентного течения на баротропную и бароклинную составляющие позволила предложить схему преобразований кинетической энергии в изучаемой системе, объясняющую некоторые спектральные свойства наблюдающейся атмосферной турбулентности. Во второй части третьей главы рассматривается растущий по высоте конвективный пограничный слой атмосферы. Показана автомодельность спектральных распределений температуры и скорости в растущем ПСА и выделены характерные степенные зависимости в крупномасштабной части спектров.

Раздел 3.1 посвящен исследованию с помощью вихререзающей модели термической конвекции Рэлея-Бенара. Большое отношение горизонтального размера расчетной области к ее вертикальному размеру позволяют рассматривать моделируемое явление как аналог турбулентности в атмосфере, свойства которой на мезомасштабах ($10^1 - 10^2$ километров) и макромасштабах ($10^2 - 10^4$ километров) во многом определяются квазидвумерным характером течения. Во вводных замечаниях к данной части диссертации (**подраздел 3.1.1**) приводится обзор работ, посвященных проблеме формирования пространственных спектров атмосферной макротурбулентности. В этих спектрах, согласно данным измерений, обнаруживаются степенные зависимости, не имеющие бесспорного теоретического объяснения (например, горизонтальные спектры скорости ветра и температуры имеют четко выраженный "наклон" $-5/3$ в диапазоне масштабов 10-500 км, силь-

но превышающих масштабы изотропной трехмерной турбулентности с прямым каскадом энергии). LES-моделирование с подробным пространственным разрешением рассматривается как способ одновременного явного воспроизведения двумерной (баротропной) и трехмерной (бароклиной) компонент течения, на основании которого можно сделать обобщающие выводы, безотносительно характерного пространственного масштаба. В подразделе 3.1.2 обсуждается постановка численных экспериментов. Интегрирование производилось в двояко-периодической области с соотношением размеров $L_1 : L_2 : L_3 = 25.6 : 25.6 : 1$ с пространственным разрешением в $1024 \times 1024 \times 40$ узлов равномерной расчетной сетки. На нижней и верхней границах использовалось условие непротекания. Задавались нагрев на нижней границе и охлаждение на верхней с фиксированным потоком тепла $H(x_1, x_2, t) = \text{const}$. Учитывалось трение о верхнюю и нижние границы (были проведены три расчета с разными значениями коэффициента сопротивления C_d). Расчеты проводились на срок $\tilde{t} = t/t_* = 55$ (здесь $t_* = L_3/w_*$ - конвективный масштаб времени). Конвекция начинается с мелкомасштабных, хаотически расположенных, всплывающих и опускающихся термиков, которые, объединяясь, образуют конвективные ячейки неправильной формы примерно одинакового размера, сравнимого с расстоянием между стенками. Затем, ячейки начинают сливаться между собой и укрупняться до тех пор, пока размер самых больших аномалий не достигает размера расчетной области модели. В каждый момент времени на фоне крупных ячеек наблюдаются мелкомасштабные аномалии. В подразделе 3.1.3 приводятся результаты спектрального анализа решения. Вычисленный коспектр аномалий потенциальной температуры и вертикальной компоненты скорости $S_{\Theta u_3}$ показал, что интервал волновых чисел, на котором кинетическая энергия поступает в систему, в ходе расчета непрерывно смещается в область крупных масштабов. Результаты спектрального анализа баротропной $\tilde{\mathbf{u}}$ (осредненной по высоте) и бароклиной $\mathbf{u}^{bc} = \mathbf{u} - \tilde{\mathbf{u}}$ составляющих скорости представлены на рис. 4. Предложена следующая схема преобразований кинетической энергии в данной системе.

1. Кинетическая энергия поступает в систему за счет преобразования доступной потенциальной энергии в бароклиную кинетическую на масштабе $k_{gbc1} > k_{12} > k_{gbc2}$ (масштаб крупных термиков).

2. За счет нелинейных взаимодействий и без существенной диссипации и генерации бароклиная энергия переносится в сторону мелких масштабов, формируя первый инерционный интервал $k_{gbc1} > k > k_{gbc1}$ со спектральным распределением, близким к $E_{\mathbf{u}^{bc}}(k) \sim k^{-5/3}$ (стрелка, помеченная на рис. 4 цифрой 1).

3. В интервале волновых чисел $k_{gbc1} > k > k_{gbc2}$, в котором $|k_{12}| \sim 1/L_3$, могут происходить преобразования энергии из баротропной в бароклиную и из бароклиной в баротропную с положительным, в среднем, вкладом в энергию осредненных по всей толщине слоя течений.

4. Энергия баротропной компоненты распространяется от ее источника, в основном, в сторону крупных масштабов (стрелка 2 на рис. 4), формируя спектраль-

ную зависимость $E_{\tilde{u}}(k) \sim k^{-5/3}$, а также, в меньшей степени, в сторону мелких масштабов (стрелка 3), что в результате каскада энтропии приводит к распределению $E_{\tilde{u}}(k) \sim k^{-3}$.

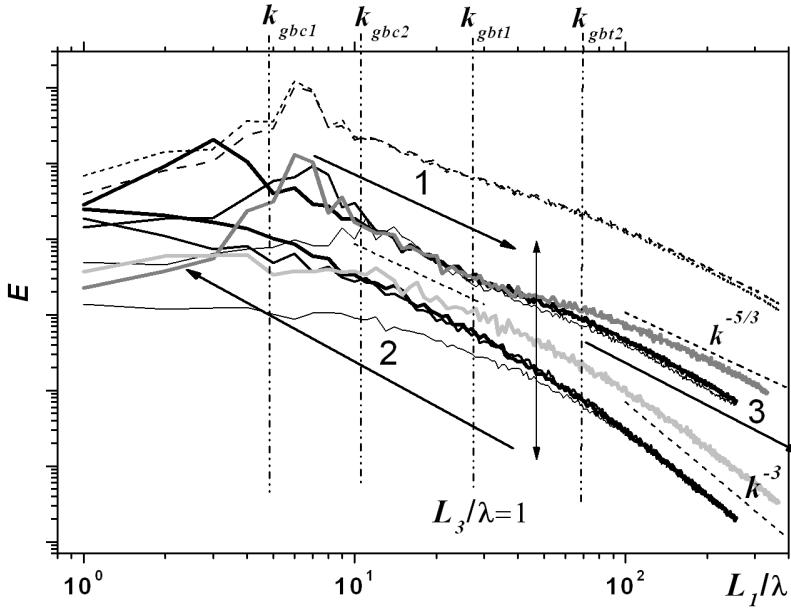


Рис. 4. Черные сплошные кривые - спектры энергии пульсаций продольных компонент бароклинной u_1^{bc} и баротропной u_1^b скорости в зависимости от волнового числа $|k_1|$ для моментов времени $\tilde{t} = 10, 30$ и 50 (толщина кривых увеличивается с ростом \tilde{t} ; спектры для u_1^b лежат ниже спектров для u_1^{bc}). Серые кривые - соответствующие спектры в зависимости от модуля горизонтального волнового числа $|k_{12}|$ для $\tilde{t} = 30$.

дится обзор литературы о наблюдениях, численном моделировании и параметризациях процесса конвекции в пограничном слое, подчеркивается важная роль упорядоченных структур (конвективных ячеек и валиков). В подразделе 3.2.2 вводятся конвективные масштабы скорости w^* , температуры Θ^* и времени t^* (масштабный анализ Дирдорфа). Отмечается, что при таком масштабировании неявным образом полагается, что при достижении автомодельности фиксируются максимальные горизонтальные масштабы рассматриваемого явления. Приводится обзор известных из литературы моделей роста конвективного ПСА и указывается, что при построении таких моделей важную роль играет правильный выбор характеристик конвективного процесса, которые могут рассматриваться как универсальные. В подразделе 3.2.3 описывается постановка численных экспериментов с LES-моделью. Проведены два расчета при большом отношении горизонтального размера расчетной области к ее вертикальному размеру ($2048 \times 2048 \times 80$ узлов сетки с шагом $\Delta_g = 25$ м). Моделировался растущий конвективный ПСА на фоне устойчиво-стратифицированной атмосферы с разными градиентами средней потенциальной температуры ($G = 2.5$ К/км и $G = 5$ К/км). На поверхности задавался постоянный положительный поток тепла $\langle w'\Theta' \rangle_0 = 0.05$ К·м/с. Проверятся

5. Остаток бароклинной кинетической энергии, не преобразованный в баротропную составляющую, передается через прямой каскад нелинейных взаимодействий в сторону мелких масштабов (стрелка 3), где и диссипирует. Здесь также наблюдается спектральное распределение, близкое к $E_{u^{bc}}(k) \sim k^{-5/3}$.

В подразделе 3.1.4 рассмотрено влияние пристеночного трения. Суммарная кинетическая энергия при увеличении C_d уменьшается, но на качественную картину развития конвекции Рэлея-Бенара трение не влияет.

Раздел 3.2 посвящен численному моделированию конвективного ПСА. Во вводных замечаниях (подраздел 3.2.1) приво-

точность термодинамической модели роста конвективного ПСА. Получено, что эта модель занижает высоту пограничного слоя z_i при более устойчивой стратификации над ним и завышает при менее устойчивой стратификации. В **подразделе 3.2.4** приводятся члены баланса дисперсии потенциальной температуры и кинетической энергии. Отмечается, что несмотря на то, что вся генерация $\langle \Theta'^2 \rangle$ сосредоточена в тонком приповерхностном слое, который плохо аппроксимируется в дискретных численных моделях, сама дисперсия потенциальной температуры во внутренней части ПСА описывается численными моделями достаточно точно и не зависит от особенностей численной реализации и турбулентного замыкания. Высказано предположение, что определяющую роль в формировании изменчивости играет не собственная динамика тонкого приповерхностного слоя, а процессы, происходящие во внутренней части ПСА, в свою очередь, влияющие на приповерхностный слой таким образом, что в нем генерируются аномалии температуры определенной структуры и интенсивности. В **подразделе 3.2.5** приводятся нормированные дисперсии потенциальной температуры $\langle \Theta'^2 \rangle_{xy} / \Theta^{*2}$ и скорости $\langle u_i'^2 \rangle_{xy} / w^{*2}$ в зависимости от безразмерной высоты z/z_i . Во внутренней части растущего пограничного слоя эти характеристики имеют универсальный вид. В слое температурной инверсии (на верхней границе ПСА) нормированная дисперсия потенциальной температуры подвержена значительному разбросу и зависит от условий проведения численного эксперимента и времени. В **подразделе 3.2.6** представлены пространственные спектры дисперсий компонент скорости и потенциальной температуры во внутренней части конвективного слоя. Показано, что при нормировке на соответствующие масштабы скорости w^* , температуры Θ^* и длины z_i (текущая высота ПСА) эти спектры приобретают универсальный вид, независящий от условий проведения численного эксперимента и времени (см., например, рис. 5). В пространственных спектрах вертикальной скорости выделяются два выраженных участка, на которых $S_{ww} \sim k^{-5/3}$. Один из этих участков соответствует мелкомасштабной трехмерной турбулентности $\tilde{k}/(2\pi) > 5$ (здесь $\tilde{k} = kz_i$ - безразмерное волновое число), а второй, находящийся в интервале $0.8 < \tilde{k}/(2\pi) < 2$, содержит в себе и энергию крупных упорядоченных структур.

В пространственном спектре потенциальной температуры (рис. 5) выделяются только два участка, на которых степенная зависимость прослеживается отчетливо. Эти участки приблизительно принадлежат интервалам $0.25 < \tilde{k}/(2\pi) < 0.85$ и $0.85 < \tilde{k}/(2\pi) < 5$. В длинноволновой части спектра наиболее подходящей зависимостью, является зависимость $S_{\Theta\Theta} \sim k^{-1/3}$, а в более коротковолновой части $S_{\Theta\Theta} \sim k^{-4/3}$.

Проверяется наличие известных пар степенных зависимостей: закона Колмогорова-Обухова ($S_u \sim k^{-5/3}$; $S_{\Theta\Theta} \sim k^{-5/3}$) для мелкомасштабной турбулентности, свойства которой полностью определяются динамикой, и закона Болджиано-Обухова ($S_u \sim k^{-11/5}$; $S_{\Theta\Theta} \sim k^{-7/5}$) для более крупномасштабного интервала,

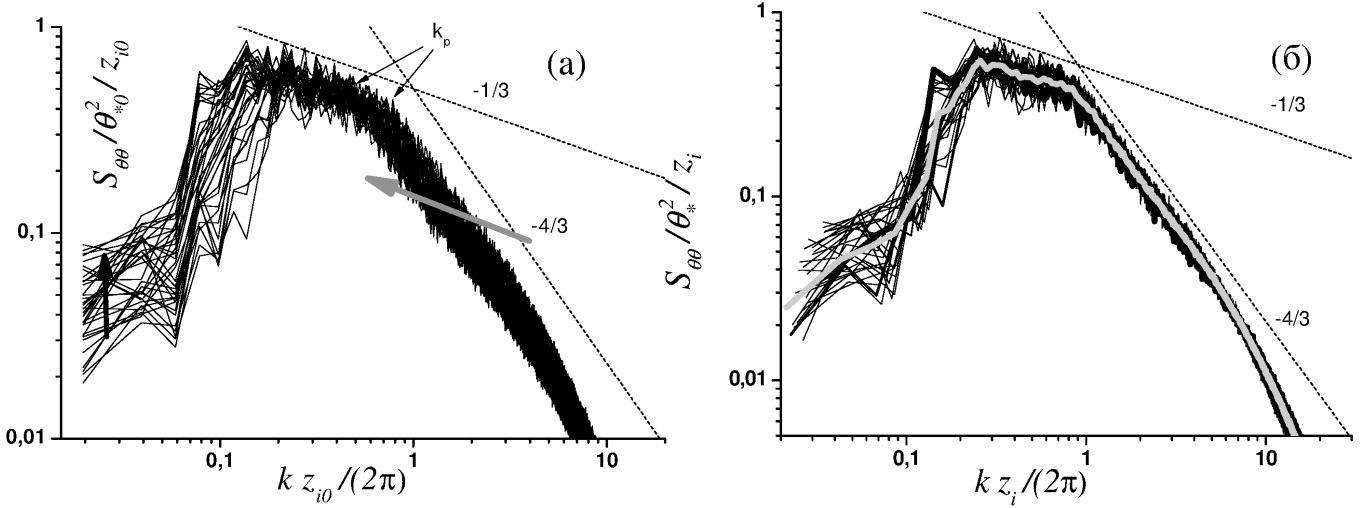


Рис. 5. "Размерные"(а) и безразмерные (б) спектры дисперсии потенциальной температуры на высоте $z(t) = 0.5z_i(t)$. Каждая кривая вычислена по мгновенным данным с интервалом 0.5 часа. Серая кривая - среднее значение обезразмеренной спектральной плотности.

в котором флуктуации скорости определяются аномалиями плотности. Ни одна из классических пар степенных законов в модельных спектрах не обнаружена. В мелкомасштабном диапазоне более "крутой" чем $-5/3$ наклон спектра температуры объясняется недостаточным пространственным разрешением численной модели. Спектральные наклоны $S_{\theta\theta} \sim k^{-1/3}$ и $S_{\theta\theta} \sim k^{-4/3}$ (в хорошо разрешенной на сетке модели части спектра) указывают на то, что в этих интервалах флуктуации потенциальной температуры зависят, в том числе, и от определяющего параметра, имеющего размерность скорости генерации или диссипации энергии $[\varepsilon_{u\theta}] = \text{м}^2/\text{с}^3$. Высказано предположение, что величина $\varepsilon_{u\theta}$ определяется балансом доступной потенциальной энергии в рассматриваемой системе. Помимо спектров, в подразделе 3.2.6 представлены данные, демонстрирующие пропорциональность характерных масштабов флуктуаций температуры и скорости высоте пограничного слоя z_i в течение его роста. В подразделе 3.2.7 вычисляется "доступная потенциальная энергия"(ДПЭ) E_p , определенная следующим образом:

$$E_p(z) = g/\Theta_0 \left\langle \int_z^{z_n} (\Theta(z) - \langle \Theta \rangle(\zeta)) d\zeta \right\rangle_{xy}, \quad (11)$$

где z_n - высота уровня с нейтральной плавучестью для выделенной аномалии температуры относительно текущего среднего состояния $\langle \Theta \rangle(z)$. Показано, что нормированные профили $\tilde{E}_p(z/z_i)$ имеют универсальный вид (см. рис. 6, на котором профили $\tilde{E}_p = E_p/w^{*2}$ для различных моментов времени изображены вместе с профилями кинетической энергии флуктуаций скорости $\tilde{E}_u = E_u/w^{*2}$). Отмечается, что в отличие от обезразмеренной дисперсии потенциальной температуры, характеристика \tilde{E}_p не имеет выраженного максимума в слое инверсии и не подвержена существенному разбросу вблизи этого слоя. Кроме того, \tilde{E}_p не подвержена влиянию плохой аппроксимации: нормированная ДПЭ подчиняется общей степен-

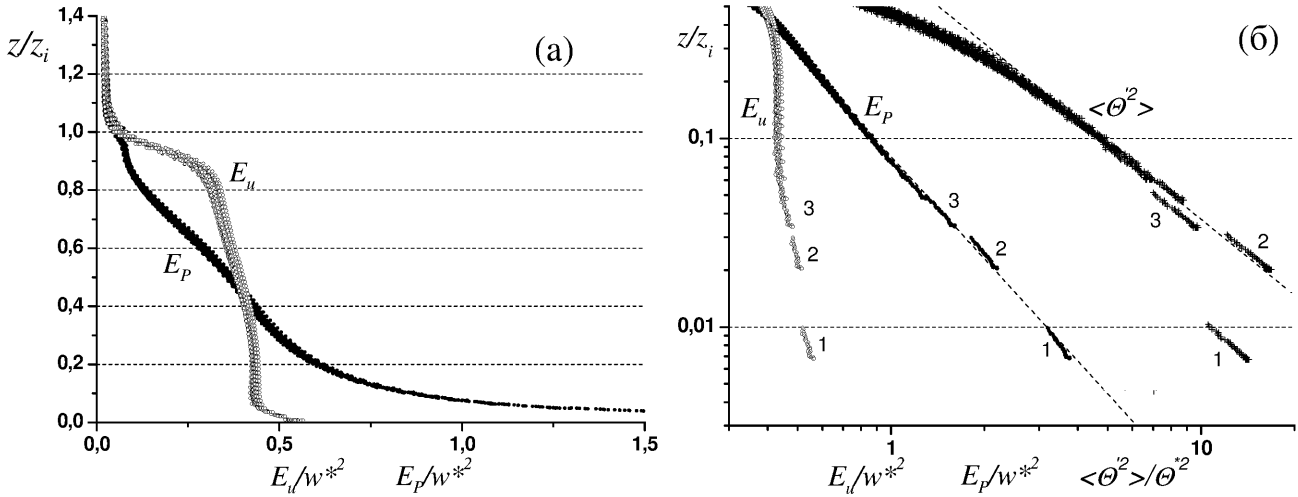


Рис. 6. (а) - Нормированная "доступная потенциальная энергия" E_p/w^{*2} и кинетическая энергия E_u/w^{*2} во всем слое (а) и вблизи поверхности (б). Дополнительно нанесена нормированная дисперсия потенциальной температуры $\langle \Theta'^2 \rangle / \Theta^{*2}$. Цифрами 1, 2 и 3 указаны группы точек, соответствующие первым трем расчетным уровням модели.

ной зависимости вблизи поверхности, тогда как вычисленная по тем же температурным аномалиям нормированная дисперсия температуры $\langle \Theta'^2 \rangle / \Theta^{*2}$ содержит заметный пространственный шум, связанный с численными ошибками и неточностью "подсеточного" замыкания (см. рис. 6б). На основании полученных результатов сделан вывод о том, что в состоянии автомодельного роста ПСА генерация, диссипация и взаимные преобразования кинетической и доступной потенциальной энергии достигают равновесия. Именно преобразования ДПЭ в кинетическую энергию, а не непосредственно дисперсия потенциальной температуры определяет интенсивность и структуру динамики. Сами же распределения температурных флуктуаций перестраиваются таким образом, чтобы обеспечить энергетический баланс. Поэтому, определяющими параметрами при формировании спектральных распределений в полях флуктуаций потенциальной температуры выступают величины, имеющие размерность скорости диссипации энергии $[\varepsilon_u] = \text{м}^2/\text{с}^3$, что и было обнаружено при анализе пространственных спектров.

В выводах к главе 3 (раздел 3.3) обобщаются результаты, описанные выше и полученные при LES-моделировании конвекции Рэля-Бенара и растущего по высоте конвективного ПСА. Эти два явления имеют общие черты, такие как универсальный характер трехмерной турбулентности в мелкомасштабном диапазоне и тенденция к образованию крупных организованных структур - конвективных ячеек неправильной формы. Принципиальное отличие заключается в том, что для растущего ПСА максимальные горизонтальные пространственные масштабы флуктуаций скорости и температуры сопоставимы с его высотой и остаются пропорциональными ей в процессе роста, а для конвекции Рэля-Бенара максимальный горизонтальный масштаб отсутствует и суммарная энергия (кинетическая плюс потенциальная) непрерывно смещается в область крупных масштабов.

Четвертая глава диссертации содержит результаты численных расчетов устойчиво-стратифицированных турбулентных течений, в том числе, течений над крупными, плохо обтекаемыми объектами, имитирующими городскую застройку. Проводится сравнительный анализ результатов расчетов над поверхностями городского типа с результатами расчетов устойчивого и нейтрального ПСА над плоской поверхностью. Исследуются характерные масштабы флуктуаций скорости ветра в устойчивом ПСА. Приводится объяснение наблюдаемых закономерностей распределения средней скорости и температуры по высоте и предлагается подход для параметризации средних профилей метеоэлементов в установившемся устойчивом пограничном слое.

Во вводных замечаниях (раздел 4.1) формулируется постановка задачи по LES-моделированию турбулентных течений над поверхностями с крупными объектами с характерными размерами h , сравнимыми с высотой ПСА H и/или масштабом Обухова $L = -\frac{U_*^3 \Theta_0}{g Q_s}$ (здесь $(g/\Theta_0)Q_s$ - поток плавучести на поверхности, U_* - скорость трения). Целями численных расчетов являются: проверка стандартных универсальных соотношений теории подобия Монина-Обухова (ТПМО) над такими объектами, уточнение универсальных функций, проверка зависимости (или независимости) шероховатости поверхностей от стратификации. Раздел содержит обзор литературы, касающейся теории подобия в устойчивых пограничных слоях и литературы по численному моделированию турбулентности над городской средой. Подчеркивается, что при малой высоте H устойчивого ПСА неприменимо предположение о наличии "слоя постоянных потоков", поэтому, наряду с классической ТПМО рассматривается ее обобщение - локальная гипотеза подобия (ЛГП). В ЛГП в качестве масштаба длины, характеризующего влияние стратификации, используется масштаб $\Lambda(z)$ - масштаб Обухова, вычисленный по значениям средних потоков плавучести и импульса на заданной высоте. Проверка ЛГП и, в частности, линейного вида безразмерных градиентов средней скорости и потенциальной температуры при локальном масштабировании также является предметом представленного исследования. Отмечается, что вихререзающее моделирование устойчивых пограничных слоев над крупными явно-заданными объектами ранее не проводилось.

В разделе 4.2 приведены результаты расчетов нейтрально-стратифицированных турбулентных течений над идеализированными поверхностями городского типа. Три расчета были проведены при помощи LES-модели с размером сеточной области $512 \times 512 \times 128$ узлов. Обтекаемые объекты задавались явным образом (периодические массивы кубов с высотой h , помещенных на поверхности при различной плотности ее заполнения этими объектами). Моделировались течения в периодической области, поддерживаемые постоянным градиентом давления. Расчеты проводились на срок $\tilde{t} = tU_*/H \approx 50$, достаточный для достижения установившегося состояния и набора статистик. Для представленной в диссертации LES-модели пространственный шаг $\Delta_g = (1/16)h$ оказался достаточным для

верного учета свойств заданной поверхности, о чем свидетельствуют результаты сравнения результатов моделирования с лабораторными данными и результатами DNS-моделирования, известными из литературы. Так, по полученным профилям средней скорости, близким к логарифмическим зависимостям

$$\langle u(z) \rangle = \frac{U_*}{\kappa} \ln \left(\frac{(z - D)}{z_{0u}} \right), \quad (12)$$

удается достаточно точно определить динамический параметр шероховатости z_{0u} и высоту вытеснения D . Значения этих параметров для трех различных конфигураций объектов, полученные в расчетах с нейтральной стратификацией, были далее использованы при анализе устойчиво-стратифицированных потоков. Сравнение нормированных среднеквадратичных отклонений (СКО) компонент скорости $\tilde{u}'_i = \langle u_i'^2 \rangle^{1/2} / U_*$ над поверхностями с крупными объектами со значениями этих СКО для течения Пуазейля в канале с плоскими стенками (результаты главы 1) показало, что влияние конфигурации поверхности на суммарную нормированную кинетическую энергию турбулентности незначительно.

В подразделе 4.2.3 на основе анализа коспектров C_{uw} показано, что пространственный масштаб, вычисленный по формуле: $L_c = 2\pi/k_w$, где k_w - средневзвешенное по коспектру волновое число, связан с масштабом турбулентности $l_t = \langle -u'w' \rangle^{1/2} / (d\langle u \rangle / dz)$ соотношением, близким к линейному. В обсуждении результатов раздела 4.2 утверждается, что этот факт, установленный численно, позволяет с большей обоснованностью использовать прием обратной интерполяции масштабов: $\frac{1}{l_t} = \sum c_i \frac{1}{l_i}$, где l_i характерные масштабы различных процессов, приводящих к переносу импульса, а c_i - коэффициенты, выбираемые эмпирически. Этот прием, широко применяющийся при построении параметризаций в пограничном слое, далее будет использован при построении градиентно-поточковых соотношений при устойчивой стратификации.

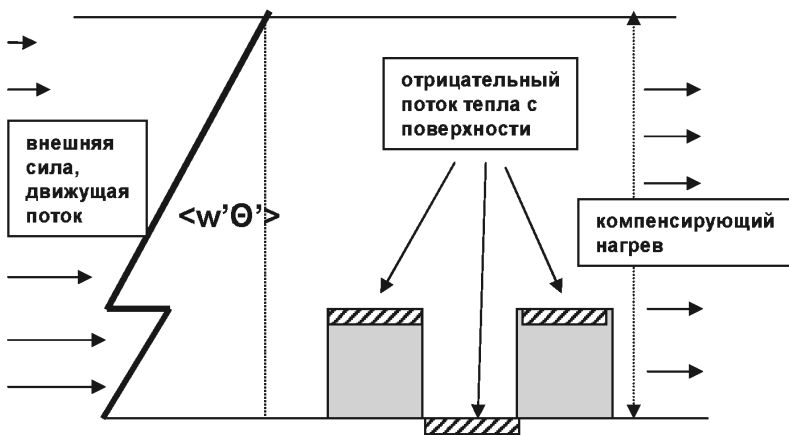


Рис. 7. Схема постановки численного эксперимента.

В разделе 4.3 представлены результаты моделирования устойчиво-стратифицированных турбулентных течений. Предварительно (подраздел 4.3.1) были проведены тестовые расчеты устойчиво-стратифицированного ПСА, находящегося в состоянии, близком к установившемуся, над плоской поверхностью. Эти расчеты соответствовали сценарию GABLS, для которого известны результаты подробного сравнения различных LES-моделей. Тесты показали, что обсуждаемая в диссертации LES-модель способна генерировать сеточно-независимое ре-

шение в диапазоне шагов $\Delta_g = 3.125\text{м}-12.5\text{м}$, что является хорошим показателем ее качества. Некоторые результаты были далее использованы для сравнения с данными моделирования над поверхностью городского типа.

В подразделе 4.3.2 приведены результаты LES-расчетов над теми же поверхностями, что и в разделе 4.2, но для устойчивой стратификации. Для достижения установившегося состояния турбулентного потока потребовалось применить следующую схему постановки численного эксперимента (см. рис. 7). Задавалось равномерное охлаждение верхней грани кубиков и поверхности "земли". При этом, отрицательный поток тепла на поверхности $Q_s(t)$ на каждом шаге по времени вычислялся таким образом, чтобы обеспечить независящее от времени заданное значение масштаба Обухова L : $Q_s(t) = -\frac{U_*^3 \Theta_0}{gL}$. Скорость трения $U_*(t) = |\langle u'w' \rangle_{xy}|^{1/2}$ определялась из мгновенных модельных данных на уровне $z = h$. Течение поддерживалось постоянной по времени объемной внешней силой. Были проведены 4 расчета при $L \approx h$ на срок $\tilde{t} = tU_*/H = 80$. Размер расчетной области составлял $L_x \times L_y \times L_z = 32h \times 32h \times 4h$. В трех первых расчетах с разными конфигурациями объектов на поверхности задавалась постоянная объемная внешняя сила $F_e = -dP/dx = const$. При этом, в установившемся состоянии потоки импульса τ и тепла Q линейно зависят от высоты при $z > h$. В четвертом эксперименте сила F_e была распределена по высоте так, чтобы обеспечить следующий поток импульса: $\tau_x/U_*^2 = -(1 - \eta)^{3/2}$ (здесь $\eta = (z - h)/(H - h)$ - безразмерная высота). Такое поведение $|\tau|$ с высотой характерно для устойчивого ПСА при наличии силы Кориолиса. В этой постановке исключается экмановский поворот ветра, который может привести к изменению параметров z_0 и D , характеризующих аэродинамические свойства поверхности.

На основе сравнения рассчитанных нормированных профилей средней скорости и дефекта потенциальной температуры с лог-линейными зависимостями, следующими из ТПМО, и зависимостями, следующими из ЛГП, а также на основе сравнения результатов расчетов над плоской поверхностью и поверхностями городского типа были сделаны следующие выводы. В устойчиво-стратифицированных турбулентных течениях над крупными плохо обтекаемыми объектами с некоторой точностью выполняются те же универсальные зависимости, что и в обычном ПСА над плоской поверхностью с элементами шероховатости сравнительно небольшой величины. При этом можно считать, что эффективная шероховатость таких поверхностей, характеризующаяся высотой вытеснения D и параметром шероховатости z_{0u} , при $L \sim h$ не меняется по сравнению с нейтральной стратификацией. Ни ТПМО в своем первоначальном виде, ни локальное масштабирование по отдельности не могут быть применены ко всему пограничному слою и дают существенные расхождения с результатами LES-расчетов в его верхней части.

В разделе 4.4 рассматриваются характерные особенности устойчиво-стратифицированных турбулентных течений на примере двух расчетов с различным рас-

пределением вынуждающей силы по высоте. Они проведены по той же схеме, что и расчеты, выполненные в подразделе 4.3.2. Расчетная область была увеличена по размеру до $L_x \times L_y \times L_z = 32h \times 32h \times 6h$, что позволило снизить влияние верхней стенки. Целью исследования было выделение характерных пространственных масштабов и построение на их основе потоково-градиентных соотношений, применимых в верхней части ПСА. В подразделе 4.4.2 описана постановка экспериментов и приведено сравнение профилей средней скорости $\langle u(z) \rangle$ и потенциальной температуры $\langle \Theta(z) \rangle$ в расчетах с разным распределением вынуждающей силы по высоте. Отмечено, что при перераспределении динамического вынуждающего воздействия в первую очередь перестраивается профиль $\langle \Theta \rangle$, тогда как $\langle u \rangle$ меняется слабо.

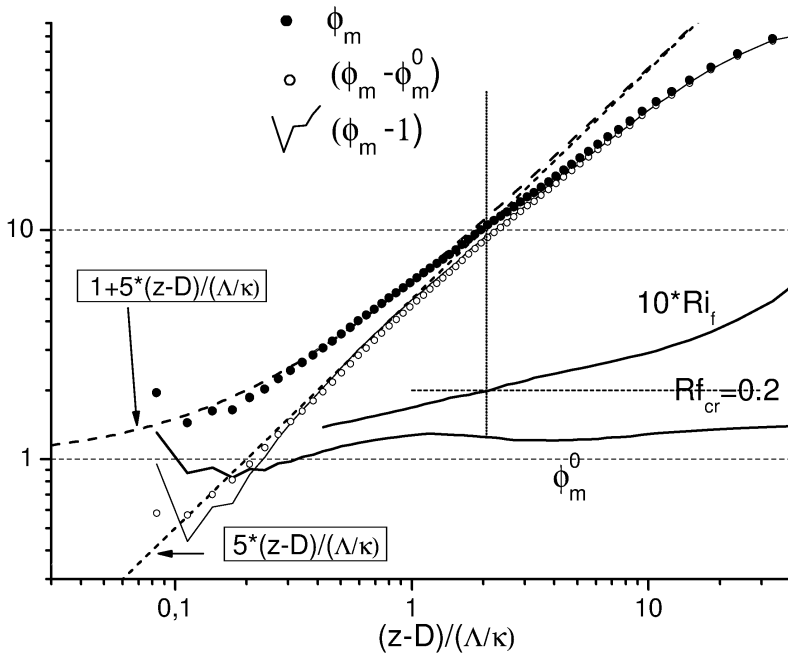


Рис. 8. Безразмерный градиент скорости ϕ_m (черные кружки); пунктирные линии - $1 + 5\kappa\xi$ и $5\kappa\xi$. Сплошные линии - потоковое число Ричардсона Rf и безразмерный градиент скорости при нейтральной стратификации ϕ_m^0 . Открытые кружки - $\phi_m - \phi_m^0$. Тонкая сплошная линия - $(\kappa\phi_m - 1)$.

ет основание приблизить масштаб турбулентности следующей зависимостью:

$$l_t \approx l_t^s = \frac{l_t^n}{1 + C_m^\Lambda \frac{l_t^n}{\Lambda}}, \quad (13)$$

где l_t^n - масштаб турбулентности при нейтральной стратификации.

Согласно данным моделирования при больших значениях ξ нормированные СКО $\tilde{\sigma}_{ui} = \frac{\langle u_i'^2 \rangle^{1/2}}{|\tau|^{1/2}}$ всех трех компонент скорости растут. Это согласуется с данными наблюдений и не соответствует предположениям, лежащим в основе ЛГП. Аналогичным образом ведут себя нормированные СКО потенциальной температуры. Сравнение результатов двух расчетов между собой показало, что универсальной

В подразделе 4.4.3 вычислялись безразмерные градиенты средней скорости $\phi_m = z_e |\tau|^{-1/2} \frac{d\langle u \rangle}{dz}$ (здесь: $z_e = z - D$). В верхней части погранслоя градиент ϕ_m отклоняется от линейной зависимости $\kappa\phi_m = 1 + C_m^\Lambda \kappa\xi$ в сторону меньших значений (здесь: $\xi = z_e/\Lambda$; $C_m^\Lambda = 5$ - эмпирический коэффициент). Это согласуется с данными наблюдений в ПСА при больших значениях ξ . Обнаружено, что вблизи поверхности $\phi_m \approx \phi_m^0 + C_m^\Lambda \xi$, где ϕ_m^0 - безразмерный градиент при нейтральной стратификации с учетом его отклонения от постоянного значения $1/\kappa$, связанного с влиянием крупных объектов на поверхности (см. рис. 8). Это да-

зависимости нормированных вторых моментов от единственного безразмерного параметра $\xi = z/\Lambda$ при его больших значениях не обнаруживается. Этим может объясняться большой разброс данных наблюдений в ПСА, которые строятся путем сведения большого количества измерений на разном удалении от поверхности к зависимостям безразмерных характеристик от $\xi = z/\Lambda$ или $\xi = z/L$.

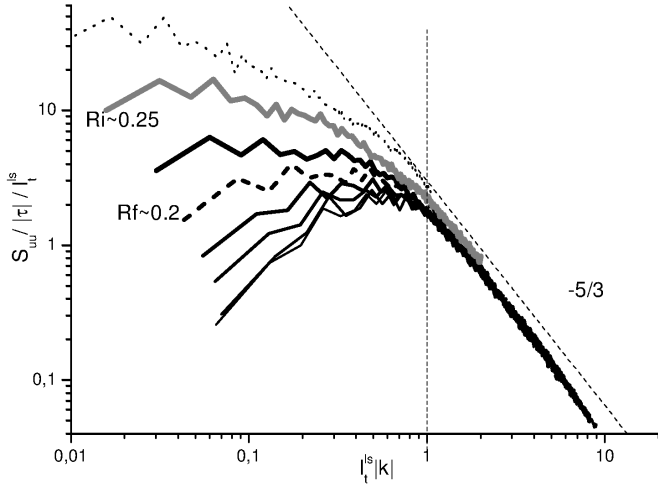


Рис. 9. Спектры продольной компоненты скорости S_{uu} в зависимости от модуля горизонтального волнового числа $|k|$ при разных z , толщина линий увеличивается по мере удаления от поверхности. Спектры и волновые числа нормированы на масштаб длины $l_t^s = l_t^n / (1 + 5l_t^n / \Lambda)$ и энергии $|\tau|$.

связанном масштабе $l_t^\phi = \kappa z / (1 + 5\kappa z / \Lambda(z))$, связанного с линейным безразмерным градиентом скорости ϕ_m при локальном масштабировании. Утверждается, что эффект "схлопывания" пространственных спектров в инерционном интервале при их нормировке на масштабы, связанные с локальными значениями потоков тепла и плавучести на заданном удалении от поверхности, связан с универсальной линейной зависимостью обезразмеренной диссипации КЭТ $\tilde{\epsilon}$ от параметра z/Λ и с выполнением гипотезы о "z-less" – стратификации для ϵ . Это подтверждается данными измерений в сильно-устойчивых ПСА.

Коспектры S_{uw} не приводятся к универсальному виду при использовании "локальных" масштабов l_t^ϕ и l_t^s . Это объясняется тем, что основной перенос импульса и тепла осуществляется вне инерционного интервала спектра (на масштабах, близких к l_t , т.е. в окрестности безразмерного волнового числа $kl_t \sim 1$). Таким образом, в процессе переноса могут участвовать более крупные вихри, размер которых определяются интегральными характеристиками пограничного слоя. В качестве такого масштаба был применен масштаб:

$$l_t^g = \frac{l_t^n}{1 + C_m \frac{\kappa z \epsilon}{L}}, \quad (14)$$

связанный с расстоянием до поверхности и масштабом Обухова L , вычисленным по значениям поверхностных потоков импульса и плавучести. Показано, что нор-

В подразделе 4.4.4 проводится спектральный анализ модельных данных и находятся характерные пространственные масштабы, приводящие спектры и коспектры устойчиво-стратифицированного течения к универсальному виду. Обнаружено, что нормировка спектров скорости с привлечением масштаба l_t^s (13), связанного с локальными значениями потоков плавучести и импульса на заданной высоте, приводит эти спектры к универсальному виду в мелко-масштабном инерционном интервале с четко выраженным наклоном "-5/3" (см. рис. 9).

К близкому результату приводит нормировка спектров энергии с привлечением

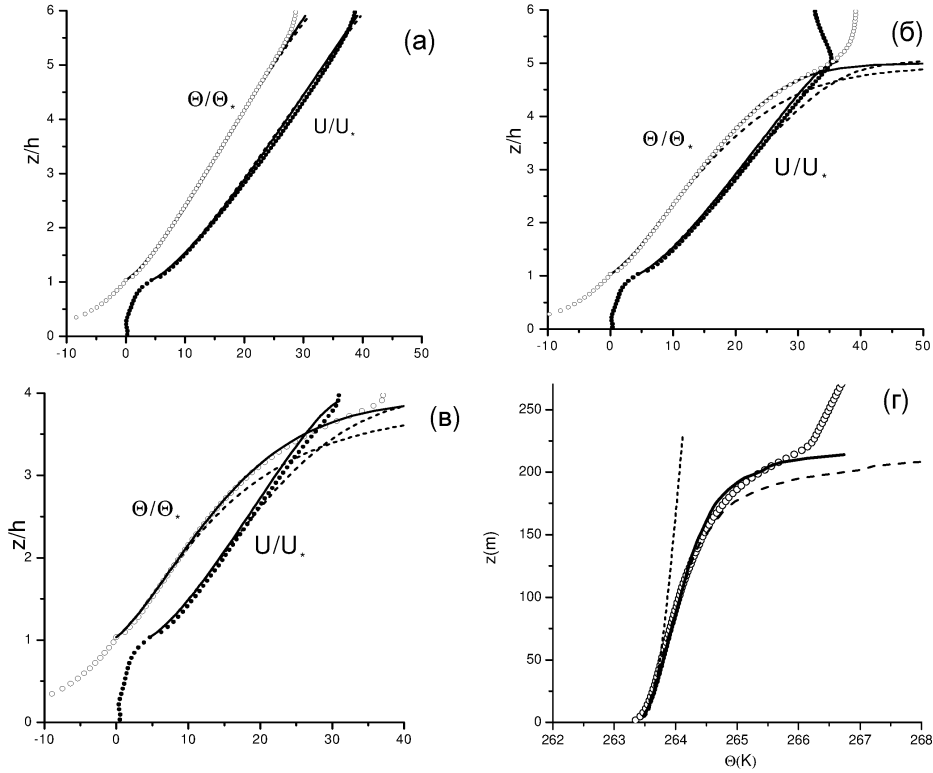


Рис. 10. Нормированные профили скорости (черные кружки) и дефекта потенциальной температуры (открытые кружки) в течениях над поверхностями городского типа (а),(б) и (в); сплошные линии - предложенная параметризация, пунктирные кривые - ЛГП. (г) - температура Θ в расчете GABLS и ее параметризации: сплошная кривая - предложенная параметризация, длинный пунктир - ЛГП, короткий пунктир - ТПМО.

мировка с привлечением масштаба l_t^g приводит к сближению нормированных двумерных предумноженных коспектров $|\tilde{k}|\tilde{C}_{ww}$, вычисленных на разных расстояниях от поверхности и отложенных в зависимости от безразмерного волнового числа $|\tilde{k}| = l_t^g|k|$.

С целью одновременного учета мелкомасштабных и крупномасштабных составляющих турбулентного течения масштаб турбулентности Прандтля l_t был параметризован с использованием приема обратной интерполяции масштабов: $\frac{1}{l_t^{mix}} \approx \frac{1}{l_t^s} = C_1 \frac{1}{l_t^s} + C_2 \frac{1}{l_t^g}$. Заменяя в формулах (13) и (14) фактический масштаб турбулентности при нейтральной стратификации l_t^n на его приближенное значение $l_t^n \approx l_t^{ml} = \kappa z_e |\tau|^{1/2} / U_*$ (масштаб, обеспечивающий логарифмический профиль скорости) и учитывая то, что $l_t \rightarrow \kappa z_e$ при малых значениях z_e/Λ , получаем параметризацию масштаба турбулентности, содержащую только одну безразмерную константу:

$$l_t \approx l_t^{mix} \approx l_t^{ml} = \frac{Cl_t^{sl}l_t^\Phi}{l_t^\Phi + (C-1)l_t^{sl}}, \quad (15)$$

где l_t^{sl} и l_t^Φ приближения для масштабов l_t^s и l_t^g . Величина C отвечает за соотношение локальной и крупномасштабной части переноса импульса по вертикали и, вообще говоря, должна определяться эмпирически. В данной работе оценка

$C = 5$ была сделана по результатам одного из расчетов, затем параметризация (15) проверялась на данных остальных численных экспериментов с устойчивой стратификацией.

При известном распределении потоков плавучести и импульса по высоте (в практических целях можно воспользоваться приближением: $|\tau| \sim (1 - z/H)^{3/2}$; $|Q| \sim (1 - z/H)$), имея параметризацию (15) можно вычислить профиль средней скорости в устойчиво-стратифицированном течении. Задавая фиксированное значение для турбулентного числа Прандтля $Pr = 0.8$, что соответствует результатам LES- расчетов и данным наблюдений в ПСА при слабой и умеренной устойчивости, определяем безразмерный градиент потенциальной температуры $\phi_h = Pr\phi_m \approx Prz_e/l_t^{ml}$ и путем интегрирования вычисляем сами профили температуры или ее дефекта. Результаты сравнения рассчитанных в LES-модели и параметризованных профилей потенциальной температуры и скорости представлены на рис. 10. Из рис. 10 видно, что предложенная параметризация имеет преимущество по сравнению со стандартными зависимостями ТПМО и ЛГП.

В выводах к главе 4 (**раздел 4.5**) обобщены основные результаты, изложенные выше.

В **пятой главе** рассматривается возможность применения реализованной численной модели для решения прикладных задач. Описаны модификации, внесенные в численную модель с целью проведения расчетов турбулентных течений над поверхностями с реалистичной топографией. Описаны тестовые расчеты турбулентного обтекания объектов простой формы. Приводятся некоторые результаты моделирования турбулентных течений в гористой местности и в городской среде, как пример использования модели для оценки интенсивности порывов ветра.

Во вводных замечаниях (**раздел 5.1**) конкретизируется область применимости представленной модели - воспроизведение геофизических стратифицированных турбулентных течений в областях со сложной геометрией поверхности, не требующей точной аппроксимации (городская застройка и гористый рельеф). Преимущества модели аргументируются ее способностью генерировать турбулентные течения со статистическими характеристиками, близкими к наблюдаемым, при очень больших числах Рейнольдса и в широком диапазоне пространственных и временных масштабов. Указывается, что эта LES-модель неприменима для ряда инженерных задач, в которых требуется точное задание геометрии обтекаемых объектов, в силу особенностей численной схемы и недостаточно точной пристеночной модели, не позволяющей описывать ламинарно-турбулентные переходы. Намечены модификации численных алгоритмов (постановка неперидических граничных условий и задание турбулентного набегающего потока на входе).

Раздел 5.2 посвящен тестированию способности LES-модели верно описывать турбулентное обтекание тел простой формы. Для того, чтобы охватить характерные ситуации, возникающие при обтекании городской застройки, и вместе с тем провести сравнение с данными лабораторных измерений и результатами DNS- и

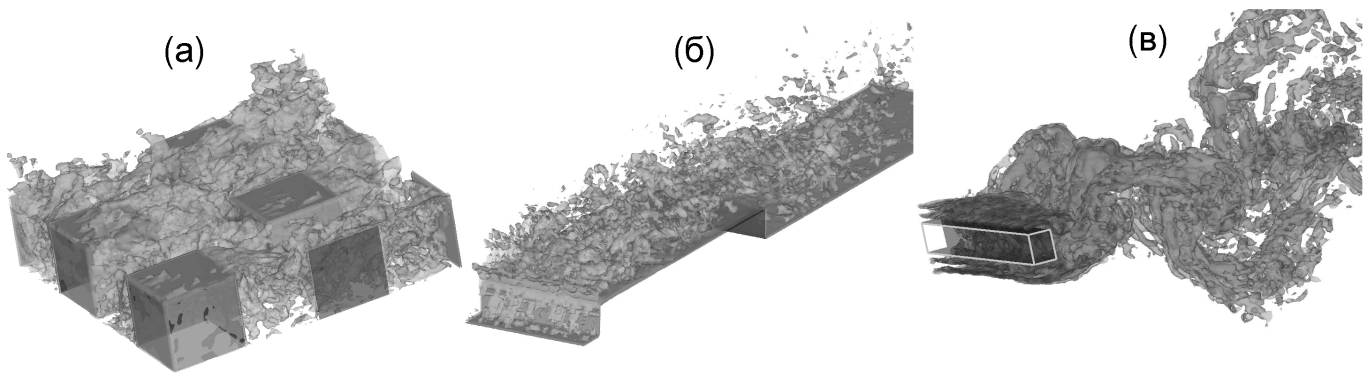


Рис. 11. (а) Обтекание периодического массива кубов (изоповерхности модуля скорости). (б) Течение при обтекании прямого и обратного уступов (изоповерхности модуля завихренности). (в) Турбулентная вихревая дорожка Кармана за цилиндром квадратного сечения (изоповерхности модуля завихренности).

LES- моделирования, известными из литературы, были выбраны три следующие тестовые задачи:

- а) течение вокруг упорядоченных в шахматном порядке кубиков (поверхность использованная ранее для расчетов при устойчивой стратификации);
- б) обтекание прямого и обратного уступов;
- в) обтекание "цилиндра квадратного сечения" (прямоугольного параллелепипеда с квадратом в основании и большим отношением длины бокового ребра к длине ребра при основании).

Схематические изображения обтекаемых объектов приведены на рис. 11 (для демонстрации турбулентного характера течения на рисунках нанесены изоповерхности модуля скорости или завихренности, вычисленные по мгновенным данным LES-модели). Задача (а) решалась в периодической расчетной области, течение поддерживалось постоянной по пространству и времени внешней силой. В задачах (б) и (в) набегающий поток был ламинарным (задавалась постоянная скорость на правой границе неперiodической расчетной области). Это соответствует постановке численных и лабораторных экспериментов, с результатами которых производилось сравнение.

В задаче (а) имитируется течение внутри плотной городской застройки. Трение о боковые грани объектов не оказывает определяющего влияния на решение. Согласно данным лабораторных измерений инвариантность статистик данного течения относительно числа Рейнольдса достигается относительно рано (при $Re = Uh/\nu \sim 10^3$, где U -скорость набегающего потока, h - длина стороны куба), поэтому этот поток легко поддается численному моделированию при пространственном разрешении 16 - 32 точки на сторону куба. В тестовых расчетах размер расчетной области был меньше, чем в расчетах, представленных в главе 4, и составлял $L_x : L_y : L_z = 8h : 8h : 4h$. Это позволило сравнить полученные результаты с результатами DNS- и LES- расчетов других авторов, проведенных в той же постановке. В целом, полученные результаты сопоставимы с данными

расчетов, известными из литературы и отражают характерные особенности лабораторного турбулентного течения. Продемонстрировано, что при промежуточном пространственном разрешении (16 точек на сторону куба) удается воспроизвести некоторые характеристики турбулентного потока внутри слоя шероховатостей, неподдающиеся моделированию простыми методами при том же разрешении.

Тест **(б)** (см. рис. 11) позволяет промоделировать ситуацию, в которой существенное значение имеет не только форма обтекаемого объекта, но и турбулентный пограничный слой над протяженной ступенькой, возникающий за счет трения о поверхность. Аналогом данного течения в городской среде могут быть внутренние пограничные слои около крыш и стен зданий. Условия проведения численного эксперимента были следующими: размер расчетной области $L_x : L_y : L_z = 38.4h : 4.8h : 10h$; число Рейнольдса $Re = U_0 h / \nu = 1.7 \times 10^5$ (в численной модели при грубом пространственном разрешении величина Re не влияет на решение внутри расчетной области, но параметрически определяет трение о поверхность); время интегрирования $t = 8L_x / U_0$ (U_0 - скорость набегающего потока); шаг сетки $\Delta_g = 1/10h$ (h - высота объекта). Результаты сравнивались с известными из литературы данными лабораторных измерений и результатами LES-моделирования. Показано, что разработанная LES-модель верно воспроизводит структуру среднего течения и величину турбулентной изменчивости. Аналогичные результаты были получены ранее другими авторами при использовании гидродинамического пакета STAR-CD, однако для достижения сравнимой точности потребовалось существенно сгустить сетку вблизи поверхности, кроме того проводилась предварительная настройка, в ходе которой подбирался подходящий для данного течения коэффициент C_s в подсеточной модели Смагоринского. Проведен дополнительный расчет с использованием стандартного замыкания Смагоринского. Показано, что модель со стандартным замыканием на грубой сетке существенно уступает по качеству модели с динамическим замыканием.

Тестовая задача **(в)** - турбулентное обтекание "цилиндра квадратного сечения" при $Re = 22400$. Похожая ситуация может возникать вокруг одиночных высотных зданий. За объектом формируется вихревая дорожка Кармана, состоящая из крупных квази-двумерных периодически отделяющихся вихрей, на фоне которых развивается мелкомасштабная турбулентность. Для этого течения доступны данные лабораторных измерений и известны результаты расчетов различных DNS- и LES-моделей.

Была проведена серия расчетов с различными подсеточными моделями (замыкание Смагоринского с постоянным коэффициентом и модель с динамическим замыканием), численными схемами (консервативные центрально-разностные схемы второго и четвертого порядка точности) и пространственными разрешениями (шаг равномерной сетки составлял $\Delta_g = D/11$ или $\Delta_g = D/19$, где D - длина стороны основания параллелепипеда). Расчеты производились на время $\tilde{t} = tU_0/D \approx 170$, последние 100 единиц безразмерного времени (~ 15 циклов

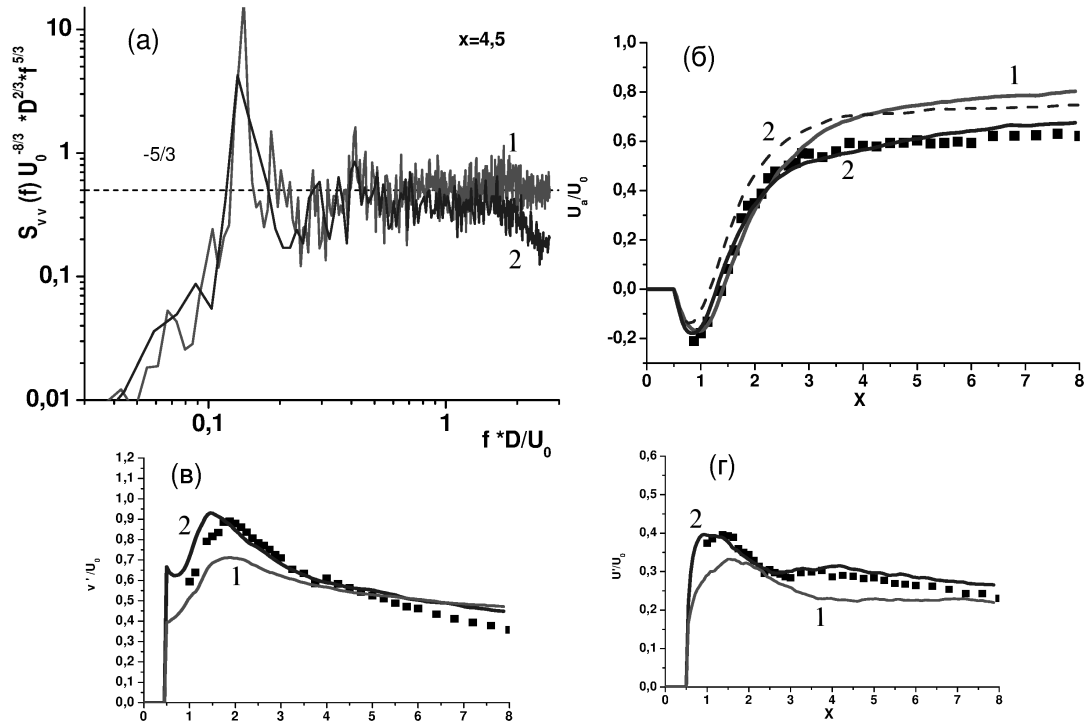


Рис. 12. (а) - компенсированные нормированные частотные спектры поперечной компоненты скорости; (б) - средняя скорость в следе за объектом (сплошная линия - $\Delta_g = D/19$; пунктирная линия - $\Delta_g = D/11$); (в) - СКО поперечной компоненты скорости v ; (г) - СКО продольной компоненты u . Кривые, помеченные цифрой 2, - результаты расчетов с дополнительной фильтрацией (16); помеченные цифрой 1 - результаты расчетов без фильтрации. Квадратики - измерения.

основного колебания) использовались для вычисления статистических характеристик. Для всех проведенных расчетов средняя продольная скорость в дальнем турбулентном следе за цилиндром оказалась завышенной, что характерно для большинства LES-моделей с грубой сеткой. При этом, для модели с замыканием Смагоринского увеличение пространственного разрешения или повышение порядка численной схемы не приводит к улучшению результатов. Таким образом, при использовании данного замыкания шаг сетки $\Delta_g = D/19$ оказывается все еще слишком грубым и далеким от разрешения, при котором может быть достигнута сходимость результатов к наблюдаемым данным. Напротив, измельчение шага сетки в LES-модели с динамическим замыканием существенно улучшает результаты расчета. Сравнение вычисленных и измеренных вторых моментов также свидетельствует о преимуществе LES-модели с динамическим замыканием.

Показано, что в модели с динамическим замыканием воспроизводится интервал частотного спектра скорости с характерным наклоном $S(f) \sim f^{-5/3}$ (см. рис.12а, на котором изображены компенсированные нормированные спектры $\tilde{f}^{5/3} \tilde{S}_{ww}(\tilde{f})$ на расстоянии $4D$ от объекта). При этом, так же как и для пространственных спектров, применение реконструкции $\mathbf{u}^* = F_p^{-1} \bar{\mathbf{u}}$ ведет к приближению высокочастотного участка спектра к наблюдаемой степенной зависимости.

Обнаружено, что разработанное динамическое замыкание приводит к автома-

тическому увеличению подсеточной вязкости вблизи углов объекта и тем самым снижает двушаговый стационарный численный шум, характерный для консервативных по энергии центрально-разностных схем. Тем не менее, вследствие немонотонности численной схемы решение содержит численные ошибки, которые могут отрицательно повлиять на качество воспроизведения моделируемого течения. Например, замыкание нечувствительно к двушаговой "пиле" в продольной компоненте скорости \bar{u} перед объектом. Устранить эти численные эффекты удастся за счет добавления диссипативного слагаемого в правую часть уравнений динамики:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} = \dots + r(F F_p^{-1} \bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{u}}), \quad (16)$$

здесь F - симметричный неотрицательно определенный дискретный фильтр, обращающий двушаговую гармонику в ноль (в расчетах использовался тестовый фильтр LES-модели). В наших расчетах порядок реконструкции p равнялся 7, а параметр $r = 0.02/\Delta_t^{CFL}$ (Δ_t^{CFL} - временной шаг, определяемый условием Куранта), это обеспечило слабое влияние дополнительной диссипации на основную часть спектрального диапазона пульсаций скорости (рис.12а). Для данной задачи такая фильтрация двушагового шума приводит к существенному улучшению результатов моделирования (см. рис.12(б-г) - результаты расчетов с фильтрацией (16) и без нее в сравнении с данными измерений).

В обсуждении результатов раздела 5.2 сделано замечание о том, что требования предъявляемые к численной модели, предназначенной для моделирования турбулентных течений в городской среде, зачастую противоречивы. Верное моделирование распределения дисперсии скорости по пространственным и временным масштабам требует консервативности численных схем по энергии, а моделирование потоков жидкости вокруг плохо обтекаемых тел – устойчивости и монотонности численных методов. Например, дополнительная фильтрация (16), повышающая точность расчетов обтекания изолированных объектов, оказывает негативный эффект при расчетах турбулентности над плоской поверхностью.

Исходя из проведенных тестов, сделан вывод о том, что предложенная LES-модель применима для решения задач со сложной геометрией поверхности. При этом модель обладает рядом преимуществ по сравнению с нединамическими моделями - такими как, способность автоматически увеличивать эффективную вязкость и частично подавлять стационарный численный мелкомасштабный шум, а также предоставляет возможность проводить расчеты с более грубыми сетками без снижения точности.

В разделе 5.3 представлены расчеты турбулентных течений в областях с реальной геометрией подстилающей поверхности.

На примере задачи о расчете порывов ветра в норвежском фьорде Хандаргер излагается схема постановки численного эксперимента, при которой турбулентный набегающий поток генерируется вспомогательной численной LES-моделью с периодическими граничными условиями (см. схематический рис. 13). Во вспомо-

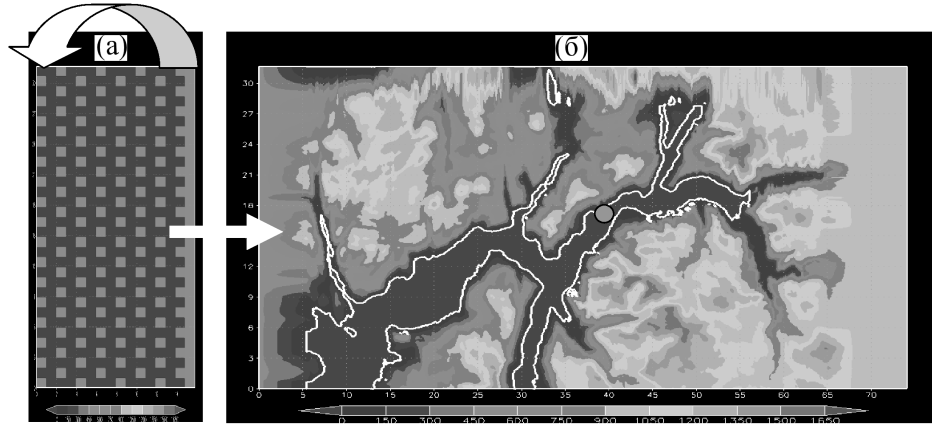


Рис. 13. (а) - Топография области интегрирования вспомогательной модели с периодическими граничными условиями. (б) - Модифицированная топография гористой местности в окрестности фьорда (расчетная область для модели с неперiodическими граничными условиями).

гательной модели (а) задается идеализированный рельеф с большой аэродинамической шероховатостью. Это позволяет получить согласованное с модельной динамикой нестационарное граничное условие для модели (б) со статистическими характеристиками, приближенными к характеристикам турбулентного течения над гористой местностью. В качестве вспомогательной и основной LES-моделей используется одна и та же программа, исполняемая на разных группах процессоров при параллельных вычислениях. Данные модели (а), взятые в одном из вертикальных сечений, предаются в модель (б) на каждом временном шаге.

Задача решалась в приближении неупругих взаимодействий для того, чтобы учесть изменение средней плотности с высотой (максимальная высота рассматриваемого рельефа составляет ~ 1.5 км, а высота расчетной области ~ 4 км). Описаны соответствующие изменения, внесенные в систему уравнений.

Сеточный размер областей интегрирования составлял $256 \times 512 \times 64$ (область (а)) и $1200 \times 512 \times 64$ (область (б)); шаг сетки $\Delta_g = 61.8$ м; горизонтальный размер основной расчетной области $L_x \times L_y \approx 74$ км \times 32 км. Расчеты проводились с шагом 0.4 секунды на 12 часов модельного времени, что приблизительно равно $9L_x/U_a$ ($U_a \approx 15$ м/с - средняя скорость набегающего потока).

Объектом интереса в данном расчете был район предполагаемого строительства моста, отмеченный на 13б кружком. Была вычислена средняя скорость ветра у поверхности и ее дисперсия в этом районе, а также амплитуда максимальных порывов ветра. Обращено внимание на непродолжительные ($\sim 10 - 15$ с) порывы ветра с амплитудой до 27 м/с, случающиеся с нечетко выделенной периодичностью 10-15 мин. В данном случае эти порывы являются проявлением квазипериодического процесса, происходящего при обтекании прилегающего рельефа и приводящего к формированию крупных вихрей, которые достигают поверхности в точке наблюдений.

Продемонстрировано, что в окрестности гористого рельефа вероятностные распределения флуктуаций скорости могут иметь негауссов вид, что нетипично для

ПСА над плоской поверхностью. На рис.14 представлены гистограммы распределений модуля скорости $|\mathbf{u}|$ вблизи поверхности в сравнении с нормальной плотностью распределения вероятностей (PDF) (пунктирные кривые) для двух выбранных точек в интересующем регионе. Значения средней скорости в этих точках приблизительно совпадают, а дисперсия в точке (1) превышает дисперсию в точке (2), для которой зафиксированы большие значения максимальной скорости ветра. В точке (1) PDF скорости ветра близка к нормальному распределению, тогда как в точке (2) наблюдается существенное отличие с повышенной вероятностью больших значений. Обращается внимание на то, что изложенные результаты трудно получить путем RANS-моделирования или статистических оценок вероятности максимальных порывов ветра, часто базирующихся на предположении о нормальности распределений.

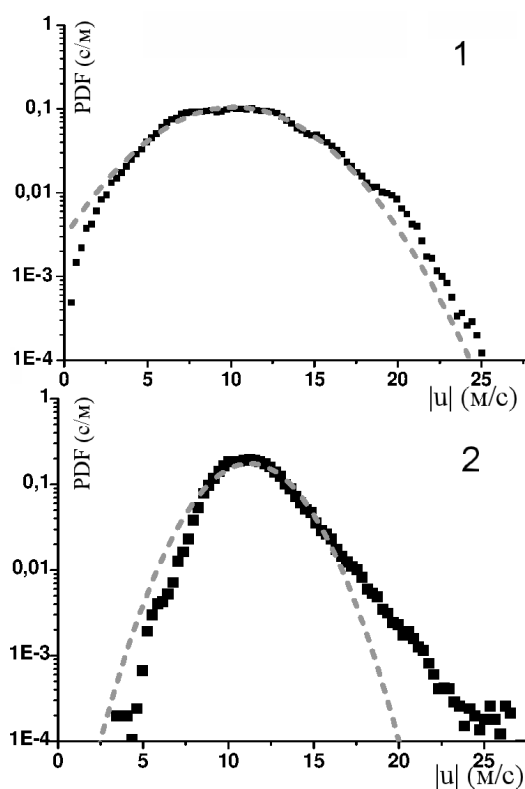


Рис. 14. Гистограммы распределения скорости ветра для двух различных точек (квадратики). Для сравнения приводятся PDF нормального распределения с соответствующими значениями средней скорости и дисперсии.

Кроме этого, в разделе 5.3 приведены некоторые результаты LES-расчетов турбулентного обтекания группы зданий городской застройки в проектируемом районе г. Москвы. На основании вида PDF приземной скорости ветра (для ее построения использовались данные реанализа NCEP/NCAR) отмечено, что практический интерес в данной задаче представляют серии расчетов с различными направлениями ветра, так как на широте и долготе Москвы, для сильных (представляющих наибольший интерес) и умеренных ветров все направления приблизительно равновероятны. Вычислен средний модуль скорости ветра между объектами и его экстремальные значения.

В **заключении** кратко излагается точка зрения автора на специфику задачи о вихреразрешающем моделировании турбулентности в ПСА, обращено внимание на актуальность темы, в том числе, в связи с вероятным применением LES-технологий в перспективных моделях прогноза погоды, а также перечислены основные результаты диссертации.

Основные результаты работы

1. Разработана новая численная вихреразрешающая модель, предназначенная для воспроизведения стратифицированных турбулентных течений в пограничном слое атмосферы, в том числе течений над поверхностями со сложной явно заданной топографией. Модель имеет параллельную реализацию, позволя-

ющую проводить вычисления на суперкомпьютерах с распределенной памятью. Она всесторонне протестирована и способна верно воспроизводить статистические характеристики развитой турбулентности в стратифицированных пограничных слоях и характеристики турбулентных течений при обтекании крупных объектов. Показано, что данная модель проявляет свойства модели с явной фильтрацией. Предложена методика анализа результатов моделирования, позволяющая оценить поведение пространственных спектров турбулентности в широком диапазоне волновых чисел.

2. При помощи разработанной LES-модели проведены численные эксперименты по моделированию нейтрально-, неустойчиво- и устойчиво- стратифицированных пограничных слоев. По результатам этих расчетов был сделан ряд выводов о структуре турбулентности и организованных крупных вихрей в ПСА и о их влиянии на процессы переноса импульса и тепла в пограничном слое.

Перечислим основные результаты, полученные для нейтральной, неустойчивой и устойчивой стратификации.

- Исследование статистических характеристик нейтрально-стратифицированного турбулентного слоя Экмана при различных направлениях геострофического ветра показало, что наличие меридиональной компоненты угловой скорости вращения Земли приводит к значительному усилению интенсивности флуктуаций скорости при восточном и северо-восточном ветре и ослаблению интенсивности флуктуаций при западном и юго-западном ветре. Это, в свою очередь, вызывает значимые изменения коэффициента турбулентного обмена импульсом и перестройку профиля средней скорости. Показано также, что эти изменения связаны с самыми крупномасштабными флуктуациями, сравнимыми по масштабу с толщиной слоя Экмана. Обнаружено, что в ограниченном по высоте нейтрально-стратифицированном ПСА и при устойчивой стратификации внутри ПСА зависимость от направления ветра существенно уменьшается.
- Исследована спектральная структура мелко- и крупномасштабной изменчивости при конвекции. На примере турбулентной конвекции Рэля-Бенара обнаружены характерные для двумерной и трехмерной турбулентности степенные зависимости в спектрах бароклинной и баротропной компонент течения. Показана автомодельность поведения растущего по высоте конвективного ПСА и выделены характерные степенные зависимости в спектрах крупномасштабной изменчивости потенциальной температуры.
- Впервые промоделирован установившийся устойчивый пограничный слой над поверхностью с крупными элементами шероховатости, заданными явным образом. Исследована возможность применения стандартных зависимостей теории подобия Монино-Обухова для вычисления средних профилей

скорости и температуры над такими объектами. На основе анализа спектров и коспектров предложен комбинированный масштаб длины, позволяющий уточнить вид универсальных функций для установившихся устойчиво-стратифицированных течений в тех случаях, когда предположение о наличии слоя постоянных потоков неприменимо. Показано, что в верхней части устойчивого ПСА значительный вклад в процессы турбулентного перемешивания вносят флуктуации с крупными характерными пространственными масштабами, что приводит к фиксируемым в данных наблюдений отличиям от автомоделных зависимостей локальной гипотезы подобия.

3. Предложена и реализована технология проведения расчетов с LES-моделью, предназначенная для решения прикладных задач с заданной реалистичной топографией подстилающей поверхности. На примере расчетов турбулентного течения в гористой местности продемонстрировано применение данной технологии для прогноза статистики экстремальных порывов ветра.

Работы, опубликованные в журналах, рекомендованных ВАК

1. *Глазунов А.В., Дымников В.П.* Пространственные спектры и характерные горизонтальные масштабы флуктуаций температуры и скорости в конвективном пограничном слое атмосферы. // Известия РАН, серия ФАО. 2013. Т. 49. № 1. С. 37–61.
2. *Glazunov A.V., Dymnikov V.P. and Lykossov V.N.* Mathematical modelling of spatial spectra of atmospheric turbulence. // Rus. J. of Num. Anal. and Math. Mod. 2010. V. 25. No 5. P. 431–451.
3. *Глазунов А.В.* О влиянии направления геострофического ветра на турбулентность и квазиупорядоченные крупномасштабные структуры в пограничном слое атмосферы. // Известия РАН, серия ФАО. 2010. Т. 46. №6. С. 786–807.
4. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть 2. Численные эксперименты; моделирование турбулентности в канале с шероховатыми границами. // Известия РАН, серия ФАО. 2009, Т. 45. № 1 С. 29-42.
5. *Глазунов А.В.* Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Часть 1. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты. // Изв. РАН, серия ФАО. 2009. Т. 45. № 1 С. 7-28.
6. *Глазунов А.В.* Моделирование нейтрально стратифицированного турбулентного потока воздуха над горизонтальной шероховатой поверхностью. // Изв. РАН, серия ФАО. 2006. Т. 42. № 3. С. -307–325.

7. *Glazunov A.V., Lykossov V.N.* Large-eddy simulation of interaction of ocean and atmospheric boundary layers. // *Rus. J. of Num. Anal. and Math. Mod.* 2003. V. 18. No 4. P. 279–295.
8. *Глазунов А.В., В.П. Дымников.* Воспроизведение отклика атмосферы на аномалию температуры поверхности океана в тропиках с помощью флуктуационно-диссипационного соотношения. *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2002. Т. 38. № 4. С. 385–398.
9. *Глазунов А.В., Дианский Н.А., Дымников В.П.* Локализованный и глобальный отклики атмосферной циркуляции на аномалию ТПО в средних широтах // *Изв. РАН, серия ФАО.* 2001. Т. 37. № 5. С. 581-600.
10. *Дианский Н.А., Глазунов А.В., Дымников В.П.* Моделирование отклика атмосферной циркуляции на аномалии ТПО зимой в Северной Атлантике. // *Изв. РАН, серия ФАО.* 1999. Т. 35. № 1. С. 122-136.
11. *Глазунов А.В., М.М. Заславский.* Расчет параметров приводного слоя атмосферы. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 1997. Т. 33. № 2. С. 147–159.
12. *Заславский М.М., Глазунов А.В.* О различных подходах к параметризации приводного слоя атмосферы. // *Изв. РАН, серия ФАО.* 1995. Т. 34 №4 С. 508–508.

Другие публикации автора по теме диссертации

13. *Лыкосов В.Н., А.В. Глазунов, Д.В. Кулямин, Е.В. Мортиков, В.М. Степаненко.* Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы. // *Издательство Московского университета.* Москва. 2012. 408 стр. ISBN: 978-5-211-06341-9.
14. *Глазунов А.В.* Численное моделирование устойчиво- стратифицированных турбулентных течений над поверхностью городского типа. Спектры и масштабы, параметризация профилей температуры и скорости. // *Известия РАН, серия ФАО.* 2013 (в печати).
15. *Глазунов А.В.* Численное моделирование устойчиво- стратифицированных турбулентных течений над плоской поверхностью и поверхностью городского типа. // *Известия РАН, серия ФАО.* 2013 (в печати).
16. *Глазунов А.В.* Численное моделирование турбулентных течений над поверхностью городского типа. Расчеты при нейтральной стратификации. // *Известия РАН, серия ФАО.* 2013 (в печати).

Автор выражает глубокую благодарность всему коллективу ИВМ РАН, а также лично академику РАН Дымникову Валентину Павловичу и чл.-корр. РАН Лыкосову Василию Николаевичу за многолетнее плодотворное сотрудничество.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 02-05-64911-а, 05-05-64918-а, 10-05-00981-а, 13-05-00978-а), Программы фундаментальных исследований ОМН РАН "Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач" , ФЦП Минобрнауки РФ (соглашение №8336), гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования: договор №11.G34.31.0048 и 7-й Рамочной программы Европейской Комиссии (проект PVL-PMES, грант Европейского научного совета 227915).

Расчеты производились на вычислительных системах МСЦ РАН и МГУ им. Ломоносова.

Изд. лиц. ИД № 03991 от 12.02.2001. Компьютерный набор
Подписано в печать 11.09.2013. Тираж 80 экз.
Институт вычислительной математики РАН
119333, г. Москва, ул. Губкина 8.
